



**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER  
MENGUNAKAN MATRIKS INVERS TERGENERALISASI**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
RIZQIA MAULINA  
NIM. 1811011120020**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
JUNI 2023**

# SKRIPSI

## PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER MENGUNAKAN MATRIKS INVERS TERGENERALISASI

Oleh:  
**RIZQIA MAULINA**  
NIM 1811011120020

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 15 Juni 2023.  
Susunan Dosen Penguji:

### Pembimbing I



Thresye, S.Si., M.Si.  
NIP. 197205042000122002

### Dosen Penguji:

1. Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.
2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc.

  
(✓2)

### Pembimbing II



Nurul Huda, S.Si., M.Si.  
NIP. 198104222006041003

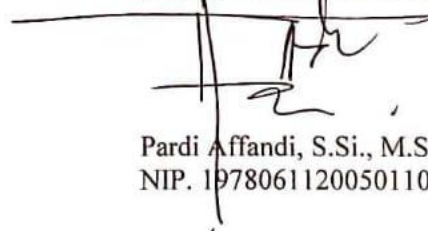
Banjarbaru, 23 Juni 2023



Wesly D. D. Dekan Bidang Akademik,

Wesly D. D., S.Si., M.Si.  
NIP. 197911012005011002

Koordinator Program Studi  
Matematika FMIPA ULM,



Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Banjarbaru, 23 Juni 2023



Rizqia Maulina  
NIM. 1811011120020

## ABSTRAK

**PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER MENGGUNAKAN MATRIKS INVERS TERGENERALISASI** (Oleh: Rizqia Maulina; Pembimbing: Thresye, S.Si, M.Si, Nurul Huda, S.Si, M.Si; 2023; 71 halaman).

Suatu sistem persamaan linier dapat dinyatakan sebagai bentuk perkalian matriks  $AX = B$  dan dikatakan konsisten jika memiliki setidaknya satu solusi. Jika  $A$  suatu matriks persegi non singular, maka terdapat matriks invers  $A^{-1}$  yang memenuhi  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ . Hal ini menyebabkan penyelesaian dari sistem persamaan linier tersebut adalah  $X = A^{-1}B$ , sedangkan matriks non persegi atau matriks singular inversnya tidak terdefinisi. Matriks invers tergeneralisasi merupakan suatu konsep untuk menentukan invers dari matriks non persegi maupun matriks singular. Suatu matriks  $G$  disebut sebagai invers tergeneralisasi dari matriks  $A$  jika memenuhi  $AGA = A$  dan dilambangkan dengan  $A^-$ . Adapun tujuan dari penelitian ini, yaitu menyelesaikan sistem persamaan linier menggunakan matriks invers tergeneralisasi dari suatu matriks non persegi maupun matriks singular. Hasil dari penelitian ini adalah terdapat  $X = A^-B$ , dengan matriks  $A^-$  yang memenuhi  $AA^-A = A$  untuk penyelesaian persamaan linier  $AX = B$ , dan penyelesaian umum persamaan linier yang konsisten adalah  $X = A^-B + (I - H)Z$ , dengan  $Z$  sebarang vektor. Kemudian dengan menggunakan algoritma yang sama seperti  $AX = B$ , dapat ditentukan juga penyelesaian sistem persamaan linier  $AXB = C$ , yaitu  $X = A^-CB^- + Z - A^-AZBB^-$ , dengan  $Z$  sebarang vektor.

**Kata Kunci:** matriks invers tergeneralisasi, sistem persamaan linier.

## ABSTRACT

**SOLVING SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS USING GENERALIZED INVERSE MATRIX** (By: Rizqia Maulina; Advisors: Thresye, S.Si, M.Si, Nurul Huda, S.Si, M.Si; 2023; 71 pages).

A system of linear equations can be expressed as the form of matrix multiplication  $AX = B$  and is said to be consistent if it at least has one solution. If  $A$  is a non-singular square matrix, then there exists an inverse matrix  $A^{-1}$  which satisfies  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ . This causes the solution of the system of linear equations to be  $X = A^{-1}B$ , while the inverse of a non-square matrix or a singular matrix is undefined. A generalized inverse matrix is a concept for determining the inverse of a non-square matrix or a singular matrix. A matrix  $G$  is called a generalized inverse of matrix  $A$  if it satisfies  $AGA = A$  and denoted by  $A^{-}$ . The purpose of this study was to solve a system of linear equations using a generalized inverse matrix from a non-square matrix or a singular matrix. The results of this study was that there exists  $X = A^{-}B$ , where matrix  $A^{-}$  satisfies  $AA^{-}A = A$  for solving the linear equation  $AX = B$ , and that the general solution to a consistent linear equation is  $X = A^{-}B + (I - H)Z$ , where  $Z$  is an arbitrary vector. Then, using the same algorithm as  $AX = B$ , it was also possible to determine the solution to a system of linear equations  $AXB = C$ , which was  $X = A^{-}CB^{-} + Z - A^{-}AZBB^{-}$ , where  $Z$  is an arbitrary vector.

**Keywords:** generalized inverse matrix, system of linear equations.

## PRAKATA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat, kasih dan karunia-Nya yang luar biasa penulis dimampukan menyelesaikan skripsi yang berjudul **“PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER MENGGUNAKAN MATRIKS INVERS TERGENERALISASI”**. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana strata-1 di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Bersamaan dengan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan kepada:

1. Ibunda, nenek, kakek dan ayah tercinta.
2. Ibu Thresye, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing 1 tugas akhir sekaligus dosen pembimbing akademik dan Bapak Nurul Huda, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing 2 tugas akhir yang telah bersedia dan sabar dalam memberikan bimbingan, nasihat, saran serta semangat dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si dan Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc selaku dosen penguji 1 dan 2 yang telah memberikan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak M. Mahfuzh Shiddiq selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberi bimbingan dan nasihat selama masa perkuliahan.
5. Seluruh Dosen dan Staff Program Studi Matematika yang membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam penyusunan skripsi ini.
6. Seluruh keluarga tercinta yang telah memberikan doa dan dukungan hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Icha, Iffa, Riyani, Novi, Lina, Runa, Pewe, Aulia, sobat extrajoss, sobat nonton bioskop dan teman-teman angkatan 2018 Program Studi Matematika FMIPA ULM, rekan mahasiswa lintas angkatan dan prodi yang telah memberikan bantuan, baik semangat, saran maupun nasehat kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.

8. Ka Yulia dan teman-teman Komunitas Sel Mahasiswa 6 dan Forum Mahasiswa Kristen Kasih FMIPA yang selalu memberi semangat dan doa, serta menjadi tempat penulis boleh bertumbuh secara rohani.
9. Sahabat-sahabat serta semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Penulis menyadari akan kekurangan dalam menyusun skripsi ini, maka dari itu kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan untuk penyempurnaan selanjutnya. Dengan terselesaikannya skripsi ini, semoga dapat bermanfaat bagi semua pihak, khususnya bagi penulis dan pembaca.

Banjarbaru, 23 Juni 20



RIZQIA MAULINA  
NIM. 1811011120020

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$A_{n \times n}$	:	Matriks $A$ berukuran $n \times n$
$A_{m \times n}$	:	Matriks $A$ berukuran $m \times n$
$(A)_{ij}$	:	Entri pada baris $i$ dan kolom ke $j$ dalam matriks $A$
$A^{-1}$	:	Invers dari suatu matriks $A$
$A^{-}$	:	Invers tergeneralisasi yang memenuhi sifat $AGA = A$
$A^{+}$	:	Invers Moore-Penrose dari suatu matriks $A$
$A^T$	:	Transpose dari matriks $A$
$G$	:	Invers tergeneralisasi dari matriks $A$
$ A $	:	Determinan
$I$	:	Matriks identitas
$Z$	:	Vektor
■	:	Terbukti



## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>ix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>4</b>
2.1 Matriks .....	4
2.2 Sistem Persamaan Linier .....	11
2.3 Operasi Dasar Pada Matriks .....	14
2.4 Determinan, Minor, Kofaktor dan Invers Matriks .....	16
2.5 Invers Tergeneralisasi .....	23
<b>BAB III PROSUDER PENELITIAN.....</b>	<b>39</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>40</b>
4.1 Sistem Persamaan Linier yang Konsisten .....	40
4.2 Aplikasi Matriks Invers Tergeneralisasi dalam Menentukan Penyelesaian Sistem Persamaan Linier .....	43
4.3 Sistem Persamaan Linier $AXB = C$ .....	49
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>69</b>

5.1 Kesimpulan.....	69
5.2 Saran.....	69
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>71</b>