



**ANALISIS KESTABILAN PADA MODEL EPIDEMIK SIR
DENGAN SUMBER PERAWATAN TERBATAS**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

TUTI DWI PRATIWI

NIM. 1911011220006

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
Juli 2023**

SKRIPSI

ANALISIS KESTABILAN PADA MODEL EPIDEMIK SIR DENGAN SUMBER PERAWATAN TERBATAS

Oleh:

Tuti Dwi Pratiwi

NIM. 1911011220006



telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 20 Juni 2023.
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
NIP. 198110102005012004

Dosen Penguji:

1. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. 
2. Dr. M. Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. 

Pembimbing II



Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si.
NIP. 198804202014042001

Banjarbaru, Juni 2023



Wakil Dekan Bidang Akademik,

Pardi Affandi, S.Si., M.Si.
NIP. 197806112005011002

Koordinator Program Studi
Matematika FMIPA ULM,

Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 4 Juli 2023



Tuti Dwi Pratiwi

NIM. 1911011220006

ABSTRAK

ANALISIS KESABILAN PADA MODEL EPIDEMIK SIR DENGAN SUMBER PERAWATAN TERBATAS (Oleh: Tuti Dwi Pratiwi; Pembimbing: Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia; 2023; 52 halaman)

Pada penyebaran suatu penyakit, diperlukan pencegahan yang berupa pemberian perlakuan tertentu dari pihak medis terhadap populasi yang terinfeksi guna menghasilkan sistem kekebalan tubuh yang aktif. Namun pada kehidupan nyata, terjadi keterbatasan pemberian perlakuan dari pihak medis yang dilihat dari jumlah dan efisiensi dari sumber daya pelayanannya yang dapat mempengaruhi upaya pencegahan yang dilakukan. Pada penelitian ini digunakan model epidemik SIR (*Susceptible*, *Infected*, dan *Recovered*) dengan mempertimbangkan adanya sumber perawatan terbatas. Tujuan penelitian ini adalah untuk menjelaskan pembentukan model epidemik SIR dengan sumber perawatan terbatas, menentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar dari model, menganalisis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik pada model, dan membuat simulasi model menggunakan nilai parameter yang memenuhi kestabilan. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Matriks *Next Generation* untuk menentukan bilangan reproduksi dasar dan metode Runge-Kutta Orde 4 untuk menentukan simulasi model. Hasil penelitian ini adalah terbentuknya model epidemik SIR dengan sumber perawatan terbatas dimana laju penularan penyakit dan perawatan mengikuti fungsi Holling tipe II. Selain itu, dalam penelitian ini juga diperoleh satu titik ekuilibrium bebas penyakit dan dua kemungkinan titik ekuilibrium endemik, serta diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0). Analisis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$, tidak stabil jika $R_0 > 1$, sedangkan untuk titik ekuilibrium endemik yaitu stabil asimtotik lokal jika memenuhi syarat. Simulasi numerik disajikan menggunakan nilai awal dan nilai parameter yang memenuhi syarat kestabilan.

Kata Kunci : Model Epidemik SIR, Sumber Perawatan Terbatas, Titik Ekuilibrium, Kestabilan.

ABSTRACT

STABILITY ANALYSIS OF SIR EPIDEMIC MODEL WITH LIMITED SOURCES TREATMENT (By: Tuti Dwi Pratiwi; Advisors: Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia; 2023; 52 pages)

In the spread of a disease, prevention is needed in the form of providing certain treatments from the medical side to the infected population in order to produce an active immune system. However, in real life, there are limitations to the provision of treatment from the medical side seen from the number and efficiency of service resources that can affect the prevention efforts made. In this study, the SIR (Susceptible, Infected, and Recovered) epidemic model is used by considering the existence of limited treatment resources. The objectives of this study are to explain the formation of the SIR epidemic model with limited treatment resources, determine the equilibrium point and basic reproduction number of the model, analyze the stability of the disease-free equilibrium point and endemic equilibrium point in the model, and simulate the model using parameter values that meet stability. The methods used in this research are the Next Generation Matrix method to determine the basic reproduction number and the 4th Order Runge-Kutta method to determine the model simulation. The result of this study is the formation of an SIR epidemic model with a limited source of care where the rate of disease transmission and care follows the Holling type II function. In addition, this study also obtained one disease-free equilibrium point and two possible endemic equilibrium points, and obtained the basic reproduction number (R_0). The stability analysis of the disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable if $R_0 < 1$, unstable if $R_0 > 1$, while for the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable if it meets the conditions. Numerical simulations are presented using initial values and parameter values that meet the stability conditions.

Keyword: *SIR Epidemic Model, Limited Sources Treatment, Equilibrium Point, Stability.*

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadiat Allah *subhanahu wa ta'ala* atas berkat, rahmat, dan karunia serta izin-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan pada Model Epidemik SIR dengan Sumber Perawatan Terbatas”. Shalawat serta salam tidak lupa tucurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad *sallallahu alaihi wasallam* beserta para keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Pada proses penyusunan skripsi ini penulis telah diberikan bantuan, dukungan, kerja sama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Selesaiannya penulisan skripsi ini secara khusus penulis persembahkan untuk orang tua dan keluarga tercinta. Pada kesempatan ini juga penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat dan dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan serta motivasi selama perkuliahan.
3. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing dan mendampingi dari awal hingga akhir penyusunan tulisan ini.
4. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. dan Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji saya.
5. Dosen-dosen pengajar program studi matematika atas bantuan dan bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang besar dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.

6. Seluruh sahabat, teman, dan rekan mahasiswa matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman angkatan 2019 serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, semangat maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini jauh dari kata sempurna dan kekurangan dalam segi penulisan serta teknis maupun penyusunannya. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dalam penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, Juli 2023



Tuti Dwi Pratiwi
NIM. 1911011220006

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA.....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Persamaan Diferensial Biasa	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial Biasa	6
2.3 Model Epidemik SIR.....	8
2.4 Fungsi Respon Holling.....	9
2.5 Titik Ekuilibrium.....	10
2.6 Analisis Kestabilan.....	10
2.7 Sumber Perawatan Terbatas	15
2.8 Metode Runge-Kutta	16
BAB III PROSEDUR PENELITIAN.....	17
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1 Pembentukan Model Matematika dengan Sumber Perawatan Terbatas	18
4.2 Titik Ekuilibrium pada Model Matematika dengan Sumber Perawatan Terbatas	22
4.3 Kestabilan Lokal Model Epidemik SIR dengan Sumber Perawatan Terbatas	28
4.4 Simulasi Numerik.....	34
BAB V PENUTUP.....	49

5.1	Kesimpulan.....	49
5.2	Saran.....	50
DAFTAR PUSTAKA.....		51

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Eksistensi Titik Ekuilibrium Endemik	27
Tabel 4. 2 Kemungkinan besar nilai λ	31
Tabel 4. 3 Kemungkinan besar nilai λ	33
Tabel 4. 4 Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi titik E_0	34
Tabel 4. 5 Solusi numerik Persamaan (4.36) di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	38
Tabel 4. 6 Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi titik Ekuilibrium Endemik	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	Diagram Alir Model SIR	8
Gambar 4. 1	Alur model Matematika dengan Sumber Perawatan Terbatas	19
Gambar 4. 2	Simulasi Titik Ekuilibrium E_0 dengan $S_0 = 200$ dan $I_0 = 50$	39
Gambar 4. 3	Grafik pengaruh nilai k terhadap subpopulasi terinfeksi.....	40
Gambar 4. 4	Grafik pengaruh nilai α terhadap subpopulasi terinfeksi	41
Gambar 4. 5	Grafik pengaruh nilai ω terhadap subpopulasi terinfeksi.....	42
Gambar 4. 6	Simulasi Titik Ekuilibrium E_2 dengan $S_0 = 200$ dan $I_0 = 50$	45
Gambar 4. 7	Grafik pengaruh nilai k terhadap subpopulasi terinfeksi.....	46
Gambar 4. 8	Grafik pengaruh nilai α terhadap subpopulasi terinfeksi	47
Gambar 4. 9	Grafik pengaruh nilai ω terhadap subpopulasi terinfeksi.....	48

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$S(t)$: Jumlah individu yang tidak terinfeksi penyakit namun rentan terinfeksi penyakit pada saat t .
$I(t)$: Jumlah individu terinfeksi pada saat t .
$R(t)$: Jumlah individu yang telah sembuh dari infeksi penyakit pada saat t .
$N(t)$: Jumlah individu pada saat t .
$\frac{dS}{dt}$: Jumlah individu pada subpopulasi rentan terhadap waktu.
$\frac{dI}{dt}$: Jumlah individu pada subpopulasi terinfeksi terhadap waktu.
$\frac{dR}{dt}$: Jumlah individu pada subpopulasi sembuh terhadap waktu.
$\frac{dN}{dt}$: Jumlah individu pada suatu populasi terhadap waktu.
Λ	: Jumlah individu baru akibat adanya kelahiran.
μ	: Laju kematian alami dari setiap subpopulasi.
ε	: Laju kematian akibat penyakit.
β	: Laju penularan penyakit.
k	: Besar efek penghambatan penularan penyakit.
α	: Besar sumber daya medis maksimal yang disediakan per satuan waktu.
ω	: Konstanta setengah jenuh efisiensi sumber daya perawatan.
γ	: Laju kesembuhan alami.
E_0	: Titik ekuilibrium bebas penyakit.
E_1, E_2	: Titik ekuilibrium endemik.
R_0	: Bilangan Reproduksi Dasar.
G	: Matriks <i>Next Generation</i> .
J	: Matriks Jacobian.
λ	: Nilai eigen dari persamaan karakteristik.