PENENTUAN AKAR PRIMITIF MODULO BILANGAN FERMAT PRIMA

SKRIPSI

untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika

Oleh
RAUDATUL JANAH
NIM. J1A112050

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU

DESEMBER 2018

SKRIPSI

PENENTUAN AKAR PRIMITIF MODULO BILANGAN FERMAT PRIMA

Oleh:

Raudatul Janah
NIM. J1A112050

Telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 14 Desember 2018.

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

Thresye, S.Si, M.Si
NIP. 19720504 200012 2 002

Dosen Penguji:

1. M. Mahfuzh Shiddiq, S.Si, M.Si (..........)
2. Nurul Huda, S.Si, M.Si (..........)
3. Oni Soesanto, S.Si, M.Si (..........)

Pembimbing II

Saman Abdurrahman, S.Si, M.Sc
NIP. 19780713 200501 1 002

Banjarbaru, 03 Januari 2018
Ketua Program Studi Matematika
FMIPA ULM

Dewi Sri Susanti, S.Si, M.Si
NIP.19730516 199903 2 002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, Desember 2018

Raudatul Janah
J1A112050

ABSTRAK

PENENTUAN AKAR PRIMITIF MODULO BILANGAN FERMAT PRIMA (Oleh : Raudatul Janah; Pembimbing : Thresye, S.Si, M.Si dan Saman Abdurrahman, S.Si, M.Sc; 2018; 26 halaman)

Bilangan Fermat merupakan suatu bilangan bulat tidak negatif yang memenuhi $F_n = 2^{2^n} + 1$. Jika suatu F_n adalah bilangan prima, maka disebut bilangan Fermat prima. Piere de Fermat pertama kali menemukan ada lima bilangan Fermat yang merupakan bilangan prima. Bilangan Fermat tersebut adalah $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65537$. Terdapat suatu bilangan bulat a dan p, a dikatakan akar primitif modulo p dengan $p > 0$ jika order a modulo p sama dengan fungsi phi Euler $\varphi(p)$. Tujuan dari penelitian ini yaitu membuktikan teorema tentang hubungan akar primitif dengan bukan residu kuadrat modulo bilangan prima dan hubungan akar primitif dengan bukan residu kuadrat modulo bilangan Fermat prima. Penelitian ini dilakukan dengan cara membuktikan suatu bilangan Fermat prima mempunyai akar primitif. Kemudian, mencari akar primitif dengan menunjukkan bahwa akar primitif dari bilangan Fermat prima jika dan hanya jika bukan residu kuadrat modulo bilangan Fermat prima. Hasil dari penelitian ini yaitu setiap akar primitif dari bilangan prima ganjil p, maka bukan residu kuadrat modulo p. Setiap b akar primitif dari bilangan Fermat prima p jika dan hanya jika b bukan residu kuadrat modulo p. Sehingga, penentuan akar primitif pada bilangan Fermat prima dapat menggunakan langkah-langkah yang diperoleh dari beberapa teorema dan untuk bilangan prima lainnya penentuan akar primitif masih menggunakan cara berdasarkan definisi akar primitif.

Kata kunci : Bilangan Prima, Akar Primitif, Bukan Residu Kuadrat, Bilangan Fermat Prima

ABSTRACT

DETERMINATION PRIMITIVE ROOTS MODULO FERMAT PRIME NUMBERS (By : Raudatul Janah; Supervisor : Thresye, S.Si, M.Si and Saman Abdurrahman, S.Si, M.Sc; 2018; 26 pages)

A Fermat number is an integer of the form $F_n = 2^{2^n} + 1, n \geq 0$. If F_n is prime, it is said to be a Fermat prime number. At the first time Piere de Fermat founds there are five Fermat numbers which are prime number. The Fermat numbers is $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65537$. A integer a and p, a is called primitive root modulo p with $p > 0$ if the order a modulo p equals the Euler phi function $\varphi(p)$. The purpose of this research is to prove theorems about the relation between primitive root with quadratic nonresidues modulo prime number, and then the relation between primitive root with quadratic nonresidues modulo Fermat prime number. The research is conducted by prove that a Fermat prime number has primitive roots. Then, find a primitive root by showing that the primitive root of a Fermat prime number if and only if quadratic nonresidue modulo Fermat prime number. The result of this research is each primitive root of odd prime numbers p, then quadratic nonresidues modulo p. Each b primitive root of the Fermat prime number p if and only if b quadratic nonresidues modulo p. So the determination of primitive root in Fermat prime number can use method obtained from several theorems and for other prime numbers the determination of primitif root still uses method based on primitive root definitions.

Keywords: Prime Number, Primitive Root, Quadratic Nonresidues, Fermat Prime Number

PRAKATA

Assalamualaikum. Wr. Wb

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Subhanahuwata'ala atas berkat, rahmat dan karunia serta izin-NYA sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Metode untuk Penentuan Akar Primitif Modulo Bilangan Fermat Prima. Shalawat dan salam tidak lupa selalu tercurah dalam ucapan untuk junjungan Nabi Besar Muhammad Salallahu 'Alaihi Wassalam beserta para keluarga, sahabat dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

Banyak pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan hingga terwujudnya skripsi ini. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis sampaikan ungkapan terima kasih dan penghargaan yang tulus kepada :

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Ibu Dewi Sri Susanti, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Bapak Nurul Huda, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing akademik dalam memberikan bimbingan akademik berupa saran dan motivasi selama penulis kuliah.
4. Ibu Thresye, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing pertama skripsi, yang telah bersedia meluangkan waktu dan pikiran serta memberikan bimbingan dan motivasi yang sangat besar dalam pelaksanaan penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Saman Abdurrahman, S.Si, M.Sc selaku dosen pembimbing kedua skripsi yang telah bersedia meluangkan waktu dan pikiran serta yang telah memberikan bimbingan dan memberikan banyak masukan dan saran selama penyusunan skripsi ini.

6. Dosen-dosen pengajar Program Studi Matematika atas bantuan dan bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang sangat besar dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini.
7. Teman-teman 2012 (MATRICS) Matematika FMIPA UNLAM yang sudah menemani penulis serta semua pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, motivasi maupun nasehat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Skripsi ini telah diupayakan agar tersaji dengan sempurna, namun karena keterbatasan yang dimiliki penulis, kemungkinan masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Banjarbaru,   Desember 2018

Raudatul Janah

DAFTAR ISI

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Simbol	Arti
$\varphi(p)$	Fungsi phi Euler
$\mathbb{Z}$	Himpunan bilangan bulat
$a \mid b$	a membagi habis b
(a, b)	Faktor persekutuan terbesar (FPB)
$\equiv$	Kongruen
$ord_n a$	Order a modulo n
$ind_r a$	Indeks dari a untuk basis r
$\not\equiv$	Tidak kongruen
$\left(\frac{b}{p}\right)$	Simbol Legendre
F_n	Bilangan Fermat
$\neq$	Tidak sama dengan
$\blacksquare$	Pembuktian berakhir