



**ANALISIS KESTABILAN MODEL PREDATOR-PREY DENGAN DAYA  
DUKUNG BERGANTUNG WAKTU**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
Nurul Hidayah  
NIM. 1911011320005**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2023**

**SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN MODEL *PREDATOR-PREY* DENGAN DAYA  
DUKUNG BERGANTUNG WAKTU**

Oleh:  
**Nurul Hidayah**  
**1911011320005**

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 20 Juni 2023  
Susunan Dosen Penguji:

**Pembimbing I**

Yuni Yulida, S.Si., M.Sc  
NIP. 198110102005012004

**Dosen Penguji:**

1. Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc
2. Akhmad Yusuf, S.Si., M.Kom

**Pembimbing II**

Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si  
NIP. 198804202014042001

Banjarbaru, Juni 2023  
Wakil Dekan Bidang Akademik



Dr. Chulawan, S.Si., M.Si  
NIP. 197911012005011002

Koordinator Program Studi Matematika  
FMIRA ULM

Pardi Affandi, S.Si., M.Sc  
NIP. 197811062005011001

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, Juni 2023

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Nurul Hidayah', with a stylized flourish at the end. The signature is centered within a light gray diamond-shaped background.

Nurul Hidayah

NIM. 1911011320005

## ABSTRAK

**ANALISIS KESTABILAN MODEL PREDATOR-PREY DENGAN DAYA DUKUNG BERGANTUNG WAKTU** (Oleh: Nurul Hidayah; Pembimbing: Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia; 2023; 49 halaman)

Model *predator-prey* merupakan salah satu model interaksi antara populasi *predator* dan populasi *prey*. Daya dukung menyatakan ukuran populasi maksimum yang didukung oleh suatu habitat dalam jangka waktu yang berkelanjutan tanpa menimbulkan kerusakan dan penurunan produktivitas populasi. Pada penelitian ini, akan dibahas analisis kestabilan model *predator-prey* dengan daya dukung bergantung waktu dengan menganalisis titik-titik ekuilibrium yang ada. Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model *predator-prey* dengan daya dukung bergantung waktu, menentukan titik ekuilibrium model, melakukan analisis kestabilan model, dan membuat simulasi model dengan nilai parameter yang memenuhi analisis kestabilan. Dalam melakukan analisis kestabilan digunakan linierisasi di titik ekuilibrium sehingga dapat ditentukan matriks Jacobian, kemudian menentukan nilai eigen dengan cara faktorisasi dan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Hasil dari penelitian ini diperoleh model *predator-prey* dengan laju pertumbuhan pada *prey* mengikuti model pertumbuhan logistik. Selanjutnya, pada model juga memperhatikan daya dukung yang bergantung pada waktu. Dari model tersebut diperoleh enam titik ekuilibrium, empat di antaranya tidak stabil dan dua lainnya stabil asimtotik dengan syarat tertentu. Simulasi model diberikan untuk mendukung analisis kestabilan dengan memberikan parameter yang memenuhi syarat titik ekuilibrium dan analisis kestabilan.

**Kata kunci:** Model *Predator-Prey*, Daya Dukung, Kestabilan.

## ABSTRACT

**STABILITY ANALYSIS OF PREDATOR-PREY MODEL WITH TIME DEPENDENT CARRYING CAPACITY** (By: Nurul Hidayah; Advisors: Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia; 2023; 49 pages)

The predator-prey model is a model of interaction between predator populations and prey populations. Carrying capacity states the maximum population size supported by a habitat in sustainable period without causing damage and decreasing population productivity. In this research, will discuss the stability analysis of the predator-prey model with time dependent carrying capacity by analyzing the existing equilibrium points. The purpose of this study is to explain the formation of a predator-prey model with time dependent carrying capacity, determine the equilibrium point, perform a model stability analysis, and create a model simulation with parameter values that satisfy stability analysis. In carrying out the stability analysis, linearization at the equilibrium point is used so that the Jacobian matrix can be determined, then the eigenvalues are determined by factorization and using the Routh-Hurwitz criteria. The result of this study obtained a predator-prey model with a growth rates in prey following the logistic growth model. Futhermore, the model also pays attention to the time dependent carrying capacity. From the model, six equilibrium points are obtained, four of which are unstable and the other two are asymptotically stable with certain conditions. Model simulation is given to support stability analysis by providing parameters that meet the requirements of the equilibrium point and stability analysis.

**Keywords:** Predator-Prey Model, Carrying Capacity, Stability.

## PRAKATA

*Alhamdulillah rabbil 'alamin*, puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas berkat, rahmat, dan Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “ANALISIS KESTABILAN MODEL PREDATOR-PREY DENGAN DAYA DUKUNG BERGANTUNG WAKTU”. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad *Shallallahu 'Alaihi Wasallam* beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Bapak Nurul Huda, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan arahan, bimbingan, dan motivasi selama perkuliahan.
4. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah membimbing serta memberikan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. dan Bapak Akhmad Yusuf, S.Si., M.Kom. selaku dosen penguji yang telah memberikan koreksi sehingga penulisan skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
6. Dosen-dosen pengajar dan staf administrasi Program Studi Matematika yang telah memberikan bantuan, bimbingan, dan ilmu yang bermanfaat selama penulis menempuh pendidikan.

7. Kedua orang tua penulis, Bapak Trubus dan Ibu Nuryamah, yang selalu memberikan kasih sayang, doa, nasihat, serta kesabaran yang luar biasa dalam setiap langkah penulis, yang merupakan anugerah terbesar dalam hidup. Penulis berharap agar menjadi anak yang membanggakan.
8. Kakak, adik-adik, dan keponakan penulis, Hani Fatussa'diyah, Siti Nurazizah, Azkia Naila Safira, Muhammad Rafa Fadillah, terima kasih atas doa dan segala dukungannya.
9. Seluruh sahabat, teman, dan rekan mahasiswa Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru, khususnya kepada teman-teman angkatan 2019 (Logic) dan *member* #dukunglastemenujuhalal, yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, serta nasihat kepada penulis selama menyelesaikan penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih kurang sempurna. Sehingga kepada pembaca kiranya dapat memberikan kritik dan saran agar menyempurnakan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat berguna bagi semua pihak yang membacanya.

Banjarbaru, Juni 2023



Nurul Hidayah  
NIM. 1911011320005

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $x$  : jumlah populasi *prey* pada saat  $t$
- $y$  : jumlah populasi *predator* pada saat  $t$
- $\frac{dx}{dt}$  : perubahan jumlah populasi *prey* terhadap waktu  $t$
- $\frac{dy}{dt}$  : perubahan jumlah populasi *predator* terhadap waktu  $t$
- $\frac{dK(t)}{dt}$  : perubahan jumlah daya dukung bergantung waktu  $t$
- $K$  : jumlah populasi maksimum (daya dukung)
- $K(t)$  : daya dukung bergantung waktu populasi *prey*
- $k_1$  : batas bawah  $K(t)$
- $k_2$  : batas atas  $K(t)$
- $k_k$  : nilai maksimum daya dukung
- $\alpha$  : laju pemangsaan oleh populasi *predator* terhadap populasi *prey*
- $\beta$  : laju pertumbuhan alami populasi *predator*
- $c$  : laju kematian alami pada populasi *predator*
- $r$  : laju pertumbuhan alami populasi *prey*
- $a$  : laju pertumbuhan alami daya dukung
- $J$  : matriks Jacobian
- $\lambda$  : nilai eigen dari persamaan karakteristik



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN.....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>4</b>
2.1 Persamaan Diferensial Biasa.....	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial Biasa.....	4
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear .....	4
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear.....	6
2.3 Model Pertumbuhan Logistik .....	6
2.3.1 Model Pertumbuhan Logistik dengan Daya Dukung Konstan .....	6
2.3.2 Model Pertumbuhan Logistik dengan Daya Dukung Bergantung Waktu .....	7
2.4 Model Predator-Prey .....	8
2.5 Titik Ekuilibrium .....	9
2.6 Analisis Kestabilan .....	9
2.6.1 Linierisasi.....	9
2.6.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen .....	11
2.6.3 Kriteria Routh-Hurwitz .....	12

2.7 Metode Runge-Kutta.....	13
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN.....</b>	<b>15</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>16</b>
4.1 Pembentukan Model <i>Predator-Prey</i> dengan Adanya Daya Dukung Bergantung Waktu .....	16
4.2 Titik Ekuilibrium Model <i>Predator-Prey</i> dengan Adanya Daya Dukung Bergantung Waktu .....	18
4.3 Kestabilan Model <i>Predator-Prey</i> dengan Adanya Daya Dukung Bergantung Waktu pada Titik Ekuilibrium.....	21
4.3.1 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_1$ .....	23
4.3.2 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_2$ .....	24
4.3.3 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_3$ .....	25
4.3.4 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_4$ .....	26
4.3.5 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_5$ .....	27
4.3.6 Kestabilan Model di Ekuilibrium $E_6$ .....	29
4.4 Simulasi Numerik Model <i>Predator-Prey</i> dengan Daya Dukung Bergantung Waktu.....	32
4.4.1 Simulasi di Titik Ekuilibrium $E_4$ .....	33
4.4.2 Simulasi di Titik Ekuilibrium $E_6$ .....	38
<b>BAB V PENUTUP.....</b>	<b>46</b>
5.1 Kesimpulan .....	46
5.2 Saran .....	47
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>48</b>