



**HOMOMORFISMA DAN SUBGRUP NORMAL PADA GRUP  
TERGENERALISASI**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan dalam  
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**PANDU PRATIWI PRAMUDITA WARDANI  
NIM. 1911011120004**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU**

**2023**

# LEMBAR PENGESAHAN

## SKRIPSI

### HOMOMORFISMA DAN SUBGRUP NORMAL PADA GRUP TERGENERALISASI

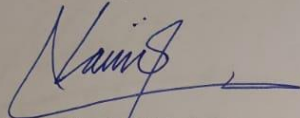
Oleh:

**Pandu Pratiwi Pramudita Wardani**

**NIM. 1911011120004**

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 22 Juni 2023.  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing I




Dr. Na'imah/Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

#### Dosen Penguji:

1. Thresye, S.Si., M.Si.
2. Nurul Huda, S.Si., M.Si



#### Pembimbing II



Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197205042000122002

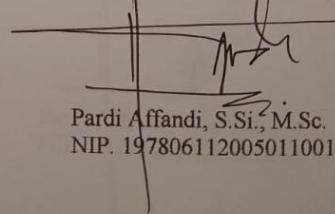
Banjarbaru, Juli 2023

Wakil Dekan Bidang Akademik,



Pardi Affandi, S.Si., M.Si.  
NIP. 197806112005011002

Koordinator Program Studi  
Matematika FMIPA ULM,



Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 22 Juni 2023

Pandu Pratiwi Pramudita Wardani

NIM. 1911011120004

## **ABSTRAK**

**HOMOMORFISMA DAN SUBGRUP NORMAL PADA GRUP TERGENERALISASI** (oleh: Pandu Pratiwi Pramudita Wardani; Pembimbing: Na'imah Hijriati, Saman Abdurrahman; 2023; 60 Halaman)

Struktur aljabar merupakan suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu operasi biner atau lebih. Grup merupakan salah satu kajian pada struktur aljabar yang didefinisikan sebagai suatu himpunan tidak kosong yang memuat satu operasi biner dan memenuhi sifat tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas dan setiap elemen memiliki elemen invers. Konsep grup tergeneralisasi merupakan perluasan dari konsep struktur aljabar, yaitu grup. Grup tergeneralisasi didefinisikan sebagai suatu himpunan yang memiliki sifat tertutup, asosiatif, setiap elemen memiliki elemen invers, tetapi memiliki elemen identitas yang belum tentu sama untuk setiap elemennya. Perbedaan pada elemen identitas inilah yang mendasari terbentuknya grup tergeneralisasi.

Pada penelitian ini diperoleh keberlakuan sifat-sifat fundamental dari homomorfisma grup tergeneralisasi dan subgrup normal tergeneralisasi. Selanjutnya diperoleh bahwa subgrup normal tergeneralisasi menjadi salah satu syarat terbentuknya grup faktor tergeneralisasi.

**Kata kunci:** *Grup, Tergeneralisasi, Homomorfisma, Subgrup Normal, Grup Faktor.*

## **ABSTRACT**

***HOMOMORPHISM AND NORMAL SUBGROUP IN GENERALIZED GROUP*** (by: Pandu Pratiwi Pramudita Wardani; Advisors: Na'imah Hijriati, Saman Abdurrahman; 2023; 60 pages)

*An algebraic structure is a non-empty set equipped with one or more binary operations. Group is one of the studies on algebraic structures defined as a non-empty set that contains one binary operation and fulfills the closed property, associative property, has an identity element, and each element has an inverse element. The concept of generalized groups is an extension of the concept of algebraic structures, namely groups. A generalized group is defined as a set that fulfills the closed property, associative property, and each element has an inverse element, but has an identity element that is not necessarily the same for each element. It is this difference in identity elements that underlies the formation of generalized groups.*

*In this study, the validity of the fundamental properties of generalized group homomorphisms and generalized normal subgroups was obtained. Furthermore, it was found that generalized normal subgroup is one of the conditions for the formation of a generalized factor group.*

***Keywords:*** Group, Generalized, Homomorphism, Normal Subgroup, Factor Group.

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadrat Allah *subhanahu wa ta'ala* atas berkat, rahmat, dan karunia serta izin-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Homomorfisma dan Subgrup Normal pada Grup Tergeneralisasi”. Shalawat serta salam tidak lupa tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad *sallallahu alaihi wasallam* beserta para keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Pada proses penyusunan skripsi ini penulis telah diberikan bantuan, dukungan, kerja sama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Selesainya penulisan skripsi ini secara khusus penulis persembahkan untuk orang tua dan keluarga tercinta. Pada kesempatan ini juga penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat dan dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan serta motivasi selama perkuliahan.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. dan Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing dan mendampingi dari awal hingga akhir penyusunan tulisan ini.
4. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. dan Bapak Nurul Huda, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji saya yang sudah membantu dalam perbaikan dan penyempurnaan penulisan ini.

5. Dosen-dosen pengajar program studi matematika atas bantuan dan bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang besar dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.
6. Kedua orang tua dan kakak yang telah memberikan doa, semangat dan dukungan penuh sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Seluruh sahabat, teman, dan rekan mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman angkatan 2019 serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, semangat maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini jauh dari kata sempurna dan kekurangan dalam segi penulisan serta teknis maupun penyusunannya. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dalam penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, Juni 2023

Pandu Pratiwi Pramudita Wardani  
NIM. 1911011120004

## ARTILAMBANG DAN SINGKATAN

$G$	: Grup $G$
$H$	: Subgrup $H$ dari grup $G$
$e_g$	: elemen identitas dari $g$
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\neq$	: Tidak sama dengan
$\in$	: Elemen dari
$*$	: Operasi biner pada himpunan
■	: Pembuktian Selesai
$G_a$	: Grup Normal tergeneralisasi
$N_a$	: Subgrup dari grup tergeneralisasi $N$ dimana $N_a = N \cap G_a$
$G/N$	: Grup faktor tergeneralisasi
$\text{Ker}(f_a)$	: $\{x \in G \mid f(x) = f(e_a)\}$
$\tilde{f}(G)$	: Himpunan $\{(e_g, f(g)) : g \in G\}$
$f(H)$	: $\{f(a) \mid a \in H\}$
$D(f)$	: Daerah asal dari fungsi $f$
$I(f)$	: Image dari fungsi $f$
$\exists$	: Terdapat
$\subseteq$	: Himpunan bagian
$\forall$	: Untuk setiap



## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK.....	iv
<i>ABSTRACT</i> .....	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	viii
DAFTAR ISI.....	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Relasi dan Fungsi.....	4
2.2 Grup.....	5
2.3 Subgrup.....	11
2.4 Homomorfisma Grup.....	13
2.5 Grup Tergeneralisasi.....	16
2.6 Subgrup Tergeneralisasi.....	26
2.7 Homomorfisma Grup Tergeneralisasi.....	32
2.8 Subgrup Normal Tergeneralisasi.....	33
BAB III PROSEDUR PENELITIAN.....	36
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	37
4.1 Homomorfisma Grup Tergeneralisasi.....	37
4.2 Subgrup Normal Grup Tergeneralisasi.....	51
BAB V PENUTUP.....	60
5.1 Kesimpulan.....	60
5.2 Saran.....	61
DAFTAR PUSTAKA.....	62