



**KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA
KORUPSI**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
JENY JUITA GRACIA JHON SIMAMURA
NIM. 2011011120012**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2024**



KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA KORUPSI

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
JENY JUITA GRACIA JHON SIMAMURA
NIM. 2011011120012**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

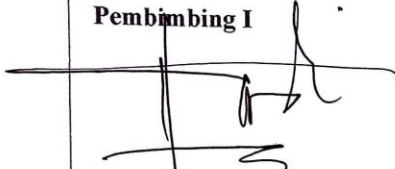
SKRIPSI

KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA KORUPSI

Oleh:
JENY JUITA GRACIA JHON SIMAMURA
NIM. 2011011120012


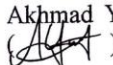
telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 6 Agustus 2024
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

Dosen Penguji:

1. Dr. Muhammad Ahsar Karim
S.Si., M.Sc. ()
2. Akhmad Yusuf, S.Si., M.Kom
()


Pembimbing II



Drs. Faisal, M.Si.
NIP. 196309021992031001

Banjarbaru, 21 Agustus 2024
Program Studi Matematika FMIPA ULM




Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.
NIP. 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 21 Agustus 2024



Jeny Juita Gracia Jhon Simamura

NIM. 2011011120012

ABSTRAK

KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA KORUPSI
(Oleh: Jeny Juita Gracia Jhon Simamura; Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal 2024;
95 halaman)

Korupsi merupakan bentuk dari penyalahgunaan kekuasaan dan juga penyalahgunaan kepercayaan publik demi keuntungan pribadi. Jika korupsi dalam suatu masyarakat merajalela, maka akibatnya masyarakat menjadi kacau dan tidak ada sistem sosial yang dapat berlaku dengan baik. Model matematika dengan kontrol optimal dapat menjadi alat untuk memahami penyebaran korupsi. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model dinamika korupsi, menganalisis kestabilan model, dan menggunakan kontrol optimal pada model. Metode yang digunakan adalah Linearisasi, Kriteria Routh-Hurwitz, Prinsip Maksimum Pontryagin, dan Runge-Kutta Orde 4. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model dinamika korupsi dengan diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas korupsi dan titik kesetimbangan penyebaran korupsi. Kemudian, diperoleh bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) dan analisis kestabilan model di titik kesetimbangan bebas korupsi stabil asimtotik lokal dengan syarat (\mathcal{R}_0) < 1 serta analisis kestabilan model di titik kesetimbangan penyebaran korupsi stabil asimtotik lokal dengan syarat (\mathcal{R}_0) > 1. Selanjutnya, diperoleh kontrol optimal pada model dinamika korupsi dengan dua pengendali yang diberikan yaitu sosialisasi antikorupsi dan tindakan represif, dimana dapat meminimalkan subpopulasi *Corrupt* dan *Jailed*, serta dapat memaksimalkan subpopulasi *Susceptible* dan *Honest*.

Kata kunci: Korupsi, Analisis Kestabilan, Kontrol Optimal, Antikorupsi, Tindakan Represif

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF MATHEMATICAL MODELS OF CORRUPTION DYNAMICS

(By: Jeny Juita Gracia Jhon Simamura; Supervisors: Pardi Affandi, Faisal, 2024; 95 page)

Corruption is a form of abuse of power and also abuse of public trust for personal gain. If corruption in a society is rampant, the result is that the society becomes chaotic and no social system can function properly. Mathematical models with optimal control can be a tool to understand the spread of corruption. The purpose of this study is to explain the formation of a corruption dynamics model, analyse the stability of the model, and apply optimal control to the model. The methods used are Linearization, Routh-Hurwitz Criterion, Pontryagin Maximum Principle, and Runge-Kutta 4th Order. The result of this study is the formation of a corruption dynamics model with two equilibrium points obtained, namely the corruption-free equilibrium point and the equilibrium point of the spread of corruption. Then, the basic reproduction number (\mathcal{R}_0) is obtained and the stability analysis of the model at the corruption-free equilibrium point is locally asymptotically stable under the condition $(\mathcal{R}_0) < 1$ and the stability analysis of the model at the equilibrium point of the spread of corruption is locally asymptotically stable under the condition $(\mathcal{R}_0) > 1$. Furthermore, optimal control of the corruption dynamics model is obtained with two given controllers, namely anti-corruption socialisation and repressive actions, which can minimise the *Corrupt* and *Jailed* subpopulations, and can maximise the *Susceptible* and *Honest* subpopulations.

Keywords: Corruption, Stability Analysis, Optimal Control, Anticorruption, Repressive Measures

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan segala rahmat dan karuniaNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA KORUPSI**” yang merupakan salah satu persyaratan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Karena itu, kritik dan saran akan senantiasa penulis terima dengan senang hati. Dengan segala keterbatasan, penulis menyadari pula bahwa skripsi ini takkan terwujud tanpa bantuan, bimbingan, doa, dan dorongan dari berbagai pihak. Untuk itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku Koordinator Program Studi Matematika Universitas Lambung Mangkurat sekaligus dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis agar bisa menyelesaikan skripsi dengan baik dan tepat waktu.
3. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing pertama yang telah memberikan motivasi, masukkan, serta bimbingan kepada penulis sehingga skripsi dapat terselesaikan.
4. Bapak Drs. Faisal, M.Si. selaku dosen pembimbing dua yang telah membantu dan membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. dan Bapak Akhmad Yusuf, S.Si., M.Kom. selaku penguji satu dan penguji dua yang telah memberikan nasehat dan masukkan dalam penyusunan skripsi.
6. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam penyusunan skripsi.

7. Keluarga tercinta, Papa, Mama, serta kedua adikku yang telah memberikan dukungan dan nasihat kepada penulis baik spirit maupun materi.
8. Seluruh keluarga, sahabat, dan kerabat yang telah memberikan motivasi, saran maupun kritik kepada penulis dalam penyusunan skripsi.
9. Rekan - rekan mahasiswa/i program studi Matematika angkatan 2020, yang telah membantu dan mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga semua jasa yang telah diberikan mendapat balasan dari Tuhan Yang Maha Esa. Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini berguna bagi para pembaca.

Banjarbaru, 21 Agustus 2024



Jeny Juita Gracia Jhon Simamura

NIM. 2011011120012

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Simbol	Arti
$S(t)$: Jumlah individu yang rentan terhadap korupsi atau individu yang dibebaskan dari penjara pada saat t
$C(t)$: Jumlah individu yang terlibat korupsi pada saat t
$J(t)$: Jumlah individu yang bersalah karna terlibat korupsi dan dipenjarakan pada saat t
$H(t)$: Jumlah individu yang selalu jujur atau tidak akan melakukan korupsi pada saat t
$\frac{dS}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang rentan terhadap korupsi atau individu yang dibebaskan dari penjara pada saat t
$\frac{dC}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terlibat korupsi pada saat t
$\frac{dJ}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang bersalah karna terlibat korupsi dan dipenjarakan pada saat t
$\frac{dH}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang selalu jujur atau tidak akan melakukan korupsi pada saat t
Λ	: Laju rekrutmen
μ	: Laju keluar
β	: Laju kontak korupsi yang efektif
θ	: Jumlah maksimum dari populasi korupsi dalam masyarakat
δ	: Laju individu korupsi tertangkap dan dipenjarakan
α	: Laju individu S, C, J menjadi H karena ada konseling di penjara, keyakinan agama, dan moral
ω	: Laju individu jujur (H) menjadi rentan (S) karena tekanan pengaruh sosial
γ	: Laju masa hukuman yang dihabiskan seseorang di penjara
E_0	: Titik kesetimbangan bebas korupsi
E^*	: Titik kesetimbangan penyebaran korupsi

J	: Matriks Jacobian
λ	: Nilai eigen
\mathcal{R}_0	: Bilangan reproduksi dasar
G	: Matriks Next Generation
$\mathcal{J}(u)$: <i>Performance index</i> (fungsi tujuan)
U	: Himpunan kontrol
\mathcal{H}	: Fungsi Hamiltonian
A_1	: Koefisien bobot jumlah individu yang korupsi
B_1	: Bobot biaya dari sosialisasi antikorupsi
B_2	: Bobot biaya dari tindakan represif
t_f	: Waktu akhir
u_1	: Kontrol sosialisasi antikorupsi
u_2	: Kontrol tindakan represif
u_1^*	: Kontrol sosialisasi antikorupsi yang optimal
u_2^*	: Kontrol tindakan represif yang optimal

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR TABEL.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Sistematika Penulisan	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Persamaan Diferensial	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear.....	5
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Non Linear.....	6
2.3 Model Epidemik SIR	7
2.4 Titik Keseimbangan.....	8
2.5 Analisis Kestabilan	8
2.5.1 Linearisasi.....	9
2.5.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	10
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	12
2.7 Kriteria Routh-Hurwitz.....	14
2.8 Kontrol Optimal.....	15
2.8.1 Metode Lagrange.....	16
2.8.2 Fungsi Hamiltonian.....	17

2.8.3	Prinsip Maksimum Pontryagin.....	17
2.9	Metode Runge-Kutta Orde 4	18
2.10	Strategi Kontrol Model Matematika Dinamika Korupsi	19
2.10.1	Sosialisasi Tentang Antikorupsi.....	19
2.10.2	Tindakan Represif.....	20
BAB III PROSEDUR PENELITIAN		21
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....		23
4.1	Model Matematika Penyebaran Dinamika Korupsi	23
4.2	Titik Keseimbangan Model	27
4.2.1	Titik Keseimbangan Bebas Korupsi.....	27
4.2.2	Titik Keseimbangan Penyebaran Korupsi.....	30
4.3	Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0).....	34
4.4	Analisis Kestabilan	37
4.4.1	Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Korupsi (E_0).....	39
4.4.2	Kestabilan Titik Keseimbangan Penyebaran Korupsi (E^*).....	42
4.5	Pembentukan Model Matematika Dinamika Korupsi	51
4.6	Penyelesaian Kontrol Optimal.....	53
4.6.1	Persamaan State.....	54
4.6.2	Persamaan Costate.....	54
4.6.3	Kondisi Stationer.....	55
4.7	Simulasi Numerik	56
4.7.1	Simulasi Numerik Titik Bebas Korupsi.....	56
4.7.2	Simulasi Numerik Titik Penyebaran Korupsi.....	67
4.7.3	Simulasi Numerik dengan Kontrol Optimal.....	79
BAB V PENUTUP		90
5.1	Kesimpulan	90
5.2	Saran	91
DAFTAR PUSTAKA		92
RIWAYAT HIDUP		94
LAMPIRAN.....		95

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Epidemik SIR.....	7
Gambar 4.1	Diagram alir model SCJH pada dinamika korupsi.....	24
Gambar 4.2	Hasil Simulasi Titik Keseimbangan Bebas Korupsi.....	66
Gambar 4.3	Hasil Simulasi Titik Keseimbangan Penyebaran Korupsi.....	78
Gambar 4.4	Hasil Simulasi Numerik Model Dinamika Korupsi Dengan Kontrol u_1	83
Gambar 4.5	Kontrol Optimal u_1^* dan u_2^* dengan $u_1 \neq 0$	84
Gambar 4.6	Hasil Simulasi Numerik Model Dinamika Korupsi Dengan Kontrol u_2	85
Gambar 4.7	Kontrol Optimal u_1^* dan u_2^* dengan $u_2 \neq 0$	86
Gambar 4.8	Hasil Simulasi Numerik Model Dinamika Korupsi Dengan Kontrol u_1 dan u_2	87
Gambar 4.9	Kontrol Optimal u_1^* dan u_2^*	88

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Model dan Deskripsi Parameter.....	25
Tabel 4.2	Nilai awal Dinamika Korupsi.....	56
Tabel 4.3	Parameter Model Dinamika Korupsi.....	56
Tabel 4.4	Solusi Numerik Di Titik Kesetimbangan Bebas Korupsi.....	64
Tabel 4.5	Parameter Model Dinamika Korupsi.....	68
Tabel 4.6	Solusi Numerik Di Titik Kesetimbangan Penyebaran Korupsi	77