



**MODEL MATEMATIKA SVIRB DALAM PENYEBARAN
PENYAKIT KOLERA**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

NOR HIDAYATI

NIM. 2011011120008

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2024

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

MODEL MATEMATIKA SVIRB DALAM PENYEBARAN PENYAKIT KOLERA

Oleh:

Nor Hidayati

NIM 2011011120008



telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 31 Januari 2024.

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
NIP. 198110102005012004

Dosen Penguji:


1. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. ()
2. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. ()

Pembimbing II

Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc.
NIP. 198202082005011003

Banjarbaru, Februari 2024
Program Studi Matematika FMIPA ULM
Kotaku




Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kerjasama di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 31 Januari 2024



Nor Hidayati

NIM. 2011011120008

ABSTRAK

MODEL MATEMATIKA SVIRB DALAM PENYEBARAN PENYAKIT KOLERA (Oleh: Nor Hidayati; Pembimbing: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim, 2024; 82 halaman)

Kolera adalah penyakit di saluran pencernaan yang disebabkan oleh bakteri *Vibrio cholerae* yang ditularkan melalui konsumsi air atau makanan. Penelitian ini membahas tentang model matematika epidemi untuk penyakit kolera yang terbagi menjadi lima kompartemen, yaitu *Susceptible* (S), *Vaccinated* (V), *Infected* (I), *Recovered* (R), dan *Vibrio cholerae* (B). Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika SVIRB dalam penyebaran penyakit kolera, menentukan titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan lokal dan global di titik kesetimbangan bebas penyakit, menganalisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar dan melakukan simulasi numerik. Penelitian ini menggunakan beberapa metode, diantaranya *Next Generation Matrix*, linearisasi, Kriteria Routh-Hurwitz, teorema Castillo-Chavez dan Runge Kutta orde Empat. Hasil penelitian ini adalah terbentuk model SVIRB dalam penyebaran penyakit kolera. Berdasarkan model yang terbentuk, diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik, serta bilangan reproduksi dasar. Hasil analisis kestabilan di titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik lokal dan stabil asimtotik global dengan syarat tertentu. Selanjutnya, hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter jumlah pertambahan penduduk akibat kelahiran, laju kontak antara manusia dan bakteri, laju kontribusi individu yang terinfeksi menyebarkan *V. cholerae* di lingkungan, konsentrasi bakteri *V. cholerae* di air yang tercemar menghasilkan 50% kemungkinan penularan kolera di lingkungan dan laju kematian *V. cholerae* di lingkungan sangat sensitif terhadap perubahan nilai bilangan reproduksi dasar. Selain itu, simulasi numerik menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik stabil asimtotik.

Kata kunci: Model Matematika, Kolera, Analisis Kestabilan, Analisis Sensitivitas.

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODEL OF SVIRB IN THE SPREAD OF CHOLERA DISEASE (By: Nor Hidayati; Advisors: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim, 2024; 82 page)

Cholera is a disease of digestive tract caused by bacteria *Vibrio cholerae* that is contracted through ingestion of water or food. This research discussed the epidemics model for cholera, divided into five compartments, namely Susceptible (S), Vaccinated (V), Infected (I), Recovered (R), and *Vibrio cholerae* (B). This research aims to explain the formation of a mathematical model SVIRB for the spread of cholera, determine the equilibrium point and the basic reproduction numbers, analyze local and global stability at the disease-free equilibrium point, analyze the sensitivity of the basic reproduction numbers and numerical simulations. This research use several methods including the Next Generation Matrix, linearization, Routh-Hurwitz Criteria, Castillo-chavez theorem and the Fourth order Runge-Kutta. From this research, SVIRB model for the spread of cholera was formed. Based on the formed model, the disease-free equilibrium point, endemic equilibrium point and basic reproduction number were obtained. The results of the stability analysis at the disease-free equilibrium point are locally and globally asymptotically stable under certain conditions. Furthermore, sensitivity analysis show that the parameters of birth rate, the rate of contact between humans and bacteria, the rate of contribution of infected individuals spreading *V. cholerae* in the environment, the concentration of *V. cholerae* in contaminated water that yield 50% chance of cholera transmission in the environment and the death rate of *V. cholerae* is very sensitive to changes in basic reproductive number values. In addition, numerical simulations show that the disease-free and endemic equilibrium points are asymptotically stable.

Keywords: Mathematical Model, Cholera, Stability Analysis, Sensitivity Analysis.

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala rahmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul "MODEL MATEMATIKA SVIRB DALAM PENYEBARAN PENYAKIT KOLERA." Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut Beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Prof. Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc., selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc., selaku pembimbing tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Dr. Na'imah Hijriati S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik atas arahan, bimbingan dan nasihat yang diberikan selama perkuliahan.
6. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.

7. Seluruh keluarga terutama orang tua dan adik, sahabat, teman, kakak asuh, dan rekan mahasiswa terutama “Axios” Angkatan 2020, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama pelaksanaan penelitian hingga penyusunan skripsi ini terselesaikan.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru, 31 Januari 2024



Nor Hidayati

NIM. 2011011120008

DAFTAR ISI

| | |
|--|-------------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| HALAMAN PENGESAHAN | ii |
| PERNYATAAN | iii |
| ABSTRAK | iv |
| <i>ABSTRACT</i> | v |
| PRAKATA | vi |
| DAFTAR ISI | viii |
| DAFTAR GAMBAR | x |
| DAFTAR TABEL | xi |
| ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN | xii |
| BAB I PENDAHULUAN..... | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Tujuan Penelitian | 3 |
| 1.3 Sistematika Penulisan | 3 |
| BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... | 5 |
| 2.1 Persamaan Diferensial..... | 5 |
| 2.2 Sistem Persamaan Diferensial..... | 6 |
| 2.3 Titik Keseimbangan | 7 |
| 2.4 Analisis Kestabilan..... | 8 |
| 2.5 Model SIR Klasik..... | 14 |
| 2.6 Fungsi Respon Holling Tipe II..... | 15 |
| 2.7 Analisis Sensitivitas | 16 |
| 2.8 Runge-Kutta Orde Empat..... | 17 |
| 2.9 Kolera..... | 18 |
| BAB III PROSEDUR PENELITIAN..... | 20 |
| BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN | 22 |
| 4.1 Model Matematika Penyebaran Kolera..... | 22 |
| 4.2 Titik Keseimbangan | 27 |

| | | |
|---|--|-----------|
| 4.3 | Analisis Kestabilan di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit..... | 35 |
| 4.4 | Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0) | 45 |
| 4.5 | Simulasi Numerik Model Matematika SVIRB dalam Penyebaran Penyakit Kolera..... | 54 |
| BAB V KESIMPULAN DAN SARAN | | 78 |
| 5.1 | Kesimpulan | 78 |
| 5.2 | Saran..... | 80 |
| DAFTAR PUSTAKA | | 81 |

DAFTAR GAMBAR

| | |
|--|----|
| Gambar 2.1 Diagram alir model SIR Kermack-McKendrick..... | 15 |
| Gambar 4.1 Diagram alir model matematika SVIRB dalam penyebaran penyakit kolera..... | 23 |
| Gambar 4.2 Variasi nilai β terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 52 |
| Gambar 4.3 Variasi nilai ξ terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 52 |
| Gambar 4.4 Variasi nilai K terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 53 |
| Gambar 4.5 Variasi nilai δ terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 53 |
| Gambar 4.6 Variasi nilai μ terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 54 |
| Gambar 4.7 Variasi nilai d terhadap perubahan \mathcal{R}_0 | 54 |
| Gambar 4.8 Simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit..... | 63 |
| Gambar 4.9 Simulasi titik kesetimbangan endemik | 74 |
| Gambar 4.10 Pengaruh Variasi Parameter Laju Vaksinasi ϕ | 75 |
| Gambar 4.11 Pengaruh Variasi Parameter Laju Penurunan Kekebalan Vaksin η | 76 |

DAFTAR TABEL

| | |
|---|----|
| Tabel 4.1 Rumus indeks sensitivitas setiap parameter | 49 |
| Tabel 4.2 Nilai parameter untuk titik kesetimbangan bebas penyakit..... | 50 |
| Tabel 4.3 Nilai indeks sensitivitas parameter terhadap \mathcal{R}_0 | 51 |
| Tabel 4.4 Solusi numerik Persamaan (4.57) di titik kesetimbangan bebas penyakit | 62 |
| Tabel 4.5 Nilai parameter untuk titik kesetimbangan endemik..... | 64 |
| Tabel 4.6 Solusi numerik Persamaan (4.58) di titik kesetimbangan endemik | 72 |
| Tabel 4.7 Variasi nilai laju vaksinasi | 75 |
| Tabel 4.8 Variasi nilai laju penurunan kekebalan vaksin..... | 76 |

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S(t)$: Jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi kolera pada waktu t
- $V(t)$: Jumlah individu yang divaksin pada waktu t
- $I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi kolera pada waktu t
- $R(t)$: Jumlah individu yang sembuh dari infeksi kolera pada waktu t
- $B(t)$: Konsentrasi bakteri di lingkungan pada waktu t
- $\frac{dS(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi kolera pada waktu t
- $\frac{dV(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang divaksin pada waktu t
- $\frac{dI(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terinfeksi kolera pada waktu t
- $\frac{dR(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sembuh dari infeksi kolera pada waktu t
- $\frac{dB(t)}{dt}$: Perubahan konsentrasi bakteri di lingkungan pada waktu t
- Λ : Jumlah pertambahan penduduk akibat kelahiran
- μ : Laju kematian alami populasi manusia
- d : Laju kematian akibat penyakit kolera
- β : Laju kontak antara manusia dan bakteri
- σ : Tingkat efikasi vaksin
- ϕ : Laju vaksinasi
- η : Laju penurunan kekebalan vaksin
- ξ : Laju kontribusi individu yang terinfeksi menyebarkan *V. cholerae* di lingkungan
- δ : Laju kematian *V. cholerae* di lingkungan
- γ : Laju kesembuhan individu yang terinfeksi kolera
- K : Konsentrasi bakteri *V. cholerae* di air yang tercemar menghasilkan 50% kemungkinan penularan kolera di lingkungan
- E_0 : Titik kesetimbangan bebas penyakit

| | | |
|-----------------|---|--|
| E^* | : | Titik kesetimbangan endemik |
| \mathcal{R}_0 | : | Bilangan Reproduksi Dasar |
| J | : | Matriks Jacobian |
| G | : | Matriks <i>Next Generation</i> |
| λ | : | Nilai eigen |
| SIR | : | <i>Susceptible, Infected, Recovered</i> |
| SVIRB | : | <i>Susceptible, Vaccinated, Infected, Recovered, Vibrio cholerae</i> |
| OCV | : | <i>Oral Cholera Vaccine</i> |
| WHO | : | <i>World Health Organization</i> |