



**ANALISIS KESTABILAN VIRUS HEPATITIS B MENGGUNAKAN
MODEL EPIDEMIK**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
Agung Setyo Wiranto
NIM. 1911011210004**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

MEI 2023

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN VIRUS HEPATITIS B MENGGUNAKAN
MODEL EPIDEMIK**

Oleh:

AGUNG SETYO WIRANTO

NIM. 1911011210004

Telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 13 April 2023.

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

Yuni Yulida, S.Si., M.Sc


NIP.198110102005012004


Pembimbing II

Drs. Faisal, M.Si.

NIP.196309021992031001

Dosen Penguji:

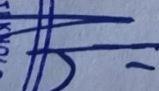
1. Aprida Siska Lestia, S.Si.,M.Si. 

2. Dr. Mochammad Idris, S.Si., M.Si. 

Banjarbaru, Mei 2023

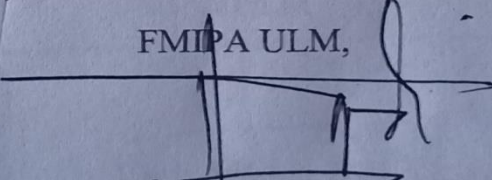
Wakil Dekan Bidang Akademik,




Gunawan, S.Si.,M.Si.

NIP. 197911012005011002

Koordinator Progra Studi Matematika
FMIPA ULM,


Pardi Affandi, S.Si.,M.Si.

NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, Mei 2023



Agung Setyo Wiranto

NIM. 1911011210004

ABSTRAK

ANALISIS KESTABILAN VIRUS HEPATITIS B MENGGUNAKAN MODEL EPIDEMIK (Oleh: Agung Setyo Wiranto; Pembimbing Yuni Yulida, dan Faisal ; 2022; 58 halaman)

Hepatitis B merupakan penyakit menular yang menyebabkan peradangan hati, yang berasal dari infeksi virus Hepatitis B. Virus Hepatitis B (HBV) terbagi menjadi dua fase yaitu fase akut dan fase kronis, HBV dapat dicegah melalui pemberian vaksin, dan pengobatan kepada individu yang rentan maupun terinfeksi. Penyebaran virus dapat dimodelkan menggunakan pemodelan matematika epidemiologi. Pada penelitian ini, model yang digunakan terdiri dari empat kelas yaitu individu rentan (S), individu akut (A), individu kronis (B), dan individu yang telah sembuh (R). Tujuan penelitian ini adalah untuk menjelaskan proses terbentuknya model epidemik virus Hepatitis B, menentukan titik kesetimbangan, dan menganalisis kestabilan lokal di titik kesetimbangan pada model epidemik virus Hepatitis B melalui pendekatan kriteria *Routh-Hurwitz*. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model epidemik virus Hepatitis B berupa model SABR. Berdasarkan model tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik yang stabil asimtotik lokal. Simulasi model menggunakan metode *Runge-Kutta* orde 4 dan disajikan untuk mendukung penjelasan mengenai analisis kestabilan model berdasarkan parameter-parameter yang memenuhi kestabilan.

Kata Kunci: Hepatitis B, Model SABR, Model Epidemik Hepatitis B, Titik Keseimbangan, Kestabilan Lokal.

ABSTRACT

STABILITY ANALYSIS OF HEPATITIS B VIRUS USING THE EPIDEMIC MODEL (By: Agung Setyo Wiranto; Supervisor Yuni Yulida, and Faisal; 2022; 58 pages)

Hepatitis B is an infectious disease that causes inflammation of the liver, originating from infection with the Hepatitis B virus. Hepatitis B virus (HBV) is divided into two phases, namely the acute and chronic phases, HBV can be prevented through administration of vaccines and treatment of susceptible and infected individuals. The spread of the virus can be modeled using epidemiological mathematical modeling. In this study, the model used consisted of four classes, namely susceptible individuals (S), acute individuals (A), chronic individuals (B), and recovered individuals (R). The purpose of this study was to explain the process of establishing the Hepatitis B virus epidemic model, determine the equilibrium point, and analyze the local stability at the equilibrium point in the Hepatitis B virus epidemic model using the Routh- Hurwitz criteria approach. The result of this study was the establishment of a hepatitis B virus epidemic model in the form of the SABR model. Based on this model, two equilibrium points were obtained, namely the disease- free equilibrium point and the local asymptotically stable endemic equilibrium point. Model simulation using the Runge-Kutta method of order 4 and presented to support an explanation of the stability analysis of the model based on the parameters that satisfy stability.

Keywords: Hepatitis B. SABR Model, Hepatitis B Epidemic Model, Period Balance, Local Stability.

PRAKATA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah subhanahu wa Ta'ala atas segala rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“ANALISIS KESTABILAN VIRUS HEPATITIS B MENGGUNAKAN MODEL EPIDEMIK”** . Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, kerjasama, maupun bimbingan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat,
2. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Bapak Drs. Faisal, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah bersedia memberikan bantuan, nasihat, dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini,
3. Bapak Drs. Faisal, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik atas arahan, bimbingan, dan motivasi selama masa perkuliahan,
4. Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. Mochammad idris, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan nasihat dan masukan dalam penyusunan skripsi ini,
5. Dosen-dosen pengajar dan staf administrasi Program Studi Matematika yang telah memberikan bantuan, bimbingan, motivasi, dan ilmu yang sangat bermanfaat selama masa perkuliahan,
6. Orang tua penulis, Bapak Sriwidodo, Ibu Markamah (Almh.), dan Ibu Sumiati yang setiap saat memberikan kasih sayang, doa, nasihat, ilmu kehidupan, serta atas kesabarannya yang tiada batas dalam setiap langkah hidup penulis, yang merupakan anugerah terbesar dari Allah subhanahu wa

Ta'ala. Penulis berharap bisa menjadi anak yang dapat dibanggakan baik di dunia maupun di akhirat kelak,

7. Adik penulis tercinta, Sari Febrianti dan Dwi Indah lestari yang selalu memberikan doa, dukungan, dan motivasi dalam penulisan skripsi ini,
8. Seluruh keluarga besar tersayang yang senantiasa memberikan dukungan dan doa dalam penyelesaian skripsi ini,
9. Rekan-rekan mahasiswa matematika Fakultas MIPA ULM Banjarbaru, khususnya teman-teman Logic '19' serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, nasihat, motivasi maupun dukungan kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini,
10. Teman-teman Sekretariat Masjid Kampus Al-Baythar: Ka Zainuddin, S.Psi., Ka Asadul Islam, S.Psi., Ka Ahmad Adharyadi, M. Faqih Al-Amin, M.Sultan, Ahmad Nasrul A., dan Andi Rahman H. yang senantiasa membersamai dan memotivasi dalam penyelesaian skripsi ini,
11. Seluruh keluarga besar Ibu Mufti yang telah banyak memberikan dukungan dan motivasi kepada penulis dalam menjaga konsistensi penyelesaian skripsi ini,
12. Seluruh sahabat, teman, dan pihak-pihak lain yang sangat saya banggakan namun tidak bisa saya sebutkan satu per satu,
13. *Lastly, I am very grateful to be able to finish this work, the ups and down that go through slowly become a war vest for the provision in the post-collage world, Subhanallah Walhamdulillah Wala Ilaha 'illallah Wallahu Akbar.*

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, dan masih banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kalimat, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru, Aamiin.

Banjarbaru, Mei 2023

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, stylized letter 'A' followed by a smaller, more complex scribble that likely represents the name 'Setyo Wiranto'.

Agung Setyo Wiranto

NIM. 1911011210004

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S(t)$: Jumlah individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus Hepatitis B pada saat t .
- $A(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi virus Hepatitis B fase akut pada saat t .
- $B(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi virus Hepatitis B fase kronis pada saat t .
- $R(t)$: Jumlah individu yang sembuh dan bebas dari infeksi virus Hepatitis B pada saat t .
- $\frac{dS(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus Hepatitis B (*Susceptible*) terhadap waktu.
- $\frac{dA(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terinfeksi virus Hepatitis B fase akut (*Acutely*) terhadap waktu.
- $\frac{dB(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terinfeksi virus Hepatitis B fase kronis (*Chronic*) terhadap waktu.
- $\frac{dR(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sembuh dan bebas dari infeksi virus Hepatitis B (*Recovered*) terhadap waktu.
- Λ : Jumlah kelahiran.
- v : Laju vaksinasi virus Hepatitis B.
- η : Laju individu yang terinfeksi sebelum lahir.
- d_0 : Laju kematian alami.
- d_1 : Laju kematian akibat virus Hepatitis B dalam fase kronis.
- θ : Laju interaksi individu pada subpopulasi *Susceptible* dengan subpopulasi *Chronic*.
- γ_1 : Laju kesembuhan secara alami.
- γ_2 : Laju kesembuhan karena pengobatan individu dalam subpopulasi *Chronic*.
- σ : Laju perkembangan virus Hepatitis B.
- E_0 : Titik kesetimbangan bebas penyakit.
- E^* : Titik kesetimbangan endemik.

- \mathcal{R}_0 : Bilangan Reproduksi Dasar.
 J : Matriks Jacobian.
 G : Matriks *Next Generation*.
 λ : Nilai eigen dari persamaan karakteristik.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	
Error! Bookmark not defined.	
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Tujuan Penelitian	2
1.3. Sistematika Penulisan.....	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensial.....	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	5
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	5
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Non Linear	6
2.3 Model Epidemik SEIR	6
2.4 Titik Keseimbangan	9
2.5 Analisis Kestabilan	9
2.6 Linearisasi	9
2.7 Determinan Matriks	10
2.8 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	13
2.9 Bilangan Reproduksi Dasar	13
2.10 Metode <i>Routh-Hurwitz</i>	15
2.11 Metode <i>Runge-Kutta</i>	17

2.12 Penyakit Hepatitis B	17
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	19
3.1. Identifikasi Masalah	19
3.2. Langkah Pembahasan	20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Pembentukan Model	21
4.2 Titik Keseimbangan pada Model Matematika Virus Hepatitis B	25
4.3 Analisis Kestabilan Lokal pada Model Matematika Virus Hepatitis B ...	31
4.4 Simulasi pada Model Matematika Virus Hepatitis B	40
BAB V PENUTUP	55
5.1 Kesimpulan	55
5.2 Saran	56
DAFTAR PUSTAKA	57

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i> Orde 2	15
Tabel 2. 2 Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i> Orde 3	16
Tabel 4. 1 <i>Routh-Hurwitz</i> Polinomial Orde 2	35
Tabel 4. 2 <i>Routh-Hurwitz</i> Polinomial Orde 3	39
Tabel 4. 3 Nilai awal yang digunakan untuk simulasi titik E_0	41
Tabel 4. 4 Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi titik E_0	41
Tabel 4. 5 Solusi numerik di titik kesetimbangan bebas penyakit.....	47
Tabel 4. 6 Nilai awal yang digunakan untuk simulasi titik E^*	49
Tabel 4. 7 Nilai parameter yang digunakan untuk simulasi titik E^*	50
Tabel 4. 8 Solusi numerik di titik kesetimbangan endemik.....	52

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Diagram Alir Model SEIR	7
Gambar 4. 1 Alur model matematika virus Hepatitis B dengan model SABR.....	22
Gambar 4. 2 Grafik Simulasi Titik Keseimbangan E_0	48
Gambar 4. 3 Grafik Simulasi Titik Keseimbangan E^*	53