



**SUBRING  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY DAN IDEAL  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY**

**SKRIPSI**

**Disusun untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan Program Sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
AUDINTA SAKTI FIRMANSYAH  
NIM. 2011011210005**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2024**



**SUBRING  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY DAN IDEAL  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY**

**SKRIPSI**

**Disusun untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan Program Sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
AUDINTA SAKTI FIRMANSYAH  
NIM. 2011011210005**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2024**

# LEMBAR PENGESAHAN

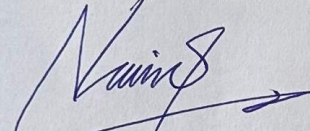
## SKRIPSI

### SUBRING $(\lambda, \mu)$ -FUZZY DAN IDEAL $(\lambda, \mu)$ -FUZZY

Oleh:  
**Audinta Sakti Firmansyah**  
**NIM. 2011011210005**

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada Rabu, 24 Januari 2024  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing Tunggal



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

#### Dosen Penguji:

1. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (✓)
2. Dr. Moch Idris, S.Si, M.Si. (✓)

Banjarbaru, 31 Januari 2024  
Program Studi Matematika FMIPA ULM



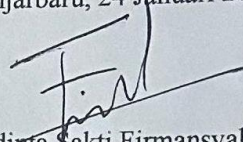
Hardi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## PERNYATAAN

### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 24 Januari 2024



Audinta Sakti Firmansyah  
NIM. 2011011210005

## ABSTRAK

**SUBRING  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY DAN IDEAL  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY** (Oleh: Audinta Sakti Firmansyah; Pembimbing: Na'imah Hijriati; 2024; 92 halaman)

Himpunan *fuzzy* merupakan salah satu teori dalam bidang matematika yang didefinisikan sebagai suatu pemetaan dari himpunan tak kosong menuju interval tertutup  $[0,1]$ . Pengaplikasian himpunan *fuzzy* pada struktur ring menghasilkan konsep ring *fuzzy* yang telah menjadi dasar bagi penelitian aljabar *fuzzy* lainnya, salah satunya adalah konsep subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* yang merupakan perumuman dari subring *fuzzy*. Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji sifat-sifat dari subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* terkait dengan sifat operasi irisan, gabungan, perkalian Kartesian, serta terkait dengan level subset; mengkaji sifat-sifat dari ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* terkait dengan irisan dan level subset; mengkaji tentang subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* yang terbentuk dari *image* dan *preimage* suatu homomorfisma ring; dan mengonstruksi ring faktor  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* dari ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*. Hasil dari penelitian ini adalah diperolehnya sifat-sifat dari subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*, seperti sifat terkait elemen identitas, syarat cukup dan syarat perlu suatu subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*, level subset, irisan dari dua subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* menghasilkan subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*, dan hasil kali dua subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* menghasilkan subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*. Selain itu, diperoleh sifat terkait level subset dari ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*, dan irisan dari dua ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* menghasilkan ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*. Lebih lanjut, diperoleh bahwa *image* dan *preimage* dari subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* jika dipetakan dengan suatu homomorfisma ring menghasilkan suatu subring  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*. Selain itu, *image* dan *preimage* dari ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* jika dipetakan dengan suatu homomorfisma ring menghasilkan suatu ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*. Terakhir, diperoleh jika diberikan  $B$  adalah ideal  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy* dari ring  $R$ , maka dapat dibentuk suatu ring faktor  $(\lambda, \mu)$ -*fuzzy*  $R/B = \{r + B | r \in R\}$ .

**Kata kunci:** Subring *Fuzzy*, Subring  $(\lambda, \mu)$ -*Fuzzy*, Ideal *Fuzzy*, Ideal  $(\lambda, \mu)$ -*Fuzzy*.

## ABSTRACT

**$(\lambda, \mu)$ -FUZZY SUBRINGS AND  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY IDEALS** (By: Audinta Sakti Firmansyah; Advisor: Na'imah Hijriati; 2024; 92 pages)

The theory of fuzzy sets in mathematics maps a non-empty set to a closed interval of  $[0,1]$ . The application of fuzzy sets to ring structures results in the concept of fuzzy rings, which has become the basis for further research in fuzzy algebra. One of these concepts is the concept of  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings, which generalizes fuzzy subrings. The purpose of this research is to study the properties of  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings related to the properties of intersection operations, unions, Cartesian multiplication, and related to level subsets; study the properties of  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals related to intersection operations and level subsets; study the properties of  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings formed from the image and pre-image of a ring homomorphism; and construct  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy quotient rings from  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals. The result of this research is the obtained properties of  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings, such as properties related to identity elements, sufficient conditions and necessary conditions for  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings, level subsets, intersections of two  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings produces a  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings, and the product of two  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings produces  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings. In addition, obtained properties related to level subsets from  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals and intersections of two  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals produces  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals. Furthermore, it is obtained that image and preimage of any  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings or  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals if mapped by a ring homomorphism produces another  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy subrings or  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals. Finally, it is obtained that  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy quotient rings can be formed from a  $(\lambda, \mu)$ -fuzzy ideals.

**Keywords :** *Fuzzy Subrings,  $(\lambda, \mu)$ -Fuzzy Subrings, Fuzzy Ideals,  $(\lambda, \mu)$ -Fuzzy Ideals*

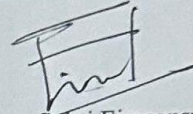
## PRAKATA

Alhamdulillah rabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul "SUBRING  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY DAN IDEAL  $(\lambda, \mu)$ -FUZZY." Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita, Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karenanya, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S. Si., M. Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.
5. Seluruh keluarga terutama orang tua dan adik saya, sahabat, teman, dan rekan mahasiswa terutama Angkatan 2020, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama pelaksanaan penelitian hingga penyusunan skripsi ini terselesaikan.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin.

Banjarbaru, 24 Januari 2024



Audinta Sakti Firmansyah  
NIM. 2011011210005



## ARTI LAMBANG

$+, \cdot$	:	Operasi biner
$\in$	:	Elemen
$\notin$	:	Bukan elemen
$S$	:	Himpunan semesta
$\emptyset$	:	Himpunan kosong
$\subseteq$	:	Subset; himpunan bagian
$\cup$	:	Gabungan
$\cap$	:	Irisan
$a \vee b$	:	Maksimum atau supremum antara $a$ dan $b$
$a \wedge b$	:	Minimum atau infimum antara $a$ dan $b$
$\neq$	:	Tidak sama dengan
$\leq$	:	Tidak kurang dari atau sama dengan
$I^S$	:	Koleksi semua subset <i>fuzzy</i> dari $S$
$A, B$	:	Subset <i>fuzzy</i>
$A(x)$	:	Derajat keanggotaan
$A_\alpha$	:	$\alpha$ -level subset dari $A$
$\mathbb{Z}$	:	Himpunan bilangan bulat
$M_2(\mathbb{Z})$	:	Matriks berukuran $2 \times 2$ dengan entri bilangan bulat
$M_2^*(\mathbb{Z})$	:	Matriks diagonal utama berukuran $2 \times 2$ dengan entri bilangan bulat
$MS_2^*(\mathbb{Z})$	:	Matriks diagonal utama berukuran $2 \times 2$ dengan entri bilangan bulat dan semua entrinya sama
■	:	Terbukti

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>PRAKATA</b> .....	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Himpunan & Fungsi .....	4
2.2 Ring .....	5
2.3 Subset <i>fuzzy</i> .....	14
2.4 Subring <i>fuzzy</i> dan Ideal <i>fuzzy</i> .....	17
2.5 Subring $\lambda, \mu$ - <i>fuzzy</i> dan Ideal $\lambda, \mu$ - <i>fuzzy</i> .....	20
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN</b> .....	<b>28</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>30</b>
4.1 Subring $\lambda, \mu$ - <i>Fuzzy</i> .....	30
4.2 Ideal $\lambda, \mu$ - <i>Fuzzy</i> .....	41
4.3 Subring $\lambda, \mu$ - <i>Fuzzy</i> yang terbentuk dari Homomorfisma Ring.....	46
4.4 Ring Faktor $\lambda, \mu$ - <i>Fuzzy</i> .....	55
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	<b>61</b>
5.1 Kesimpulan.....	61
5.2 Saran .....	62
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>63</b>
<b>LAMPIRAN</b> .....	<b>x</b>
<b>RIWAYAT HIDUP</b> .....	<b>xxiv</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 1. Tabel Cayley Contoh 2.2.2.....	6
Tabel 2. Sifat Distributif $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ .....	x
Tabel 3. Sifat Distributif $(x \wedge y) \vee z = (x \vee z) \wedge (y \vee z)$ .....	xi
Tabel 4. Sifat Distributif $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ .....	xi
Tabel 5. Sifat Distributif $(x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee (y \wedge z)$ .....	xi

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Sifat Distributif pada $\vee$ dan $\wedge$ .....	x
Lampiran 2. Lanjutan Contoh 2.5.4 .....	xii
Lampiran 3. Lanjutan Contoh 2.5.6 .....	xiii
Lampiran 4. Lanjutan Contoh 4.1.4 .....	xv
Lampiran 5. Lanjutan Contoh 4.1.7 .....	xvi
Lampiran 6. Lanjutan Contoh 4.1.10 .....	xviii
Lampiran 7. Lanjutan Contoh 4.2.3 .....	xxii