



**ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS PADA MODEL
EPIDEMIK PENYAKIT DIARE DISENTRI**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

EKA FEBRIYANA

NIM. 1911011120008

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2023**

SKRIPSI
ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS PADA MODEL
EPIDEMIK PENYAKIT DIARE DISENTRI

Oleh
Eka Febriyana
NIM. 1911011120008

Telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 06 September 2023

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
NIP. 198110102005012004

Dosen Penguji

1. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si.
2. Oni Soesanto, S.Si., M.Si.

Pembimbing II

Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc.
NIP. 198202082005011003

Banjarbaru, September 2023

Koordinator Program Studi
Matematika FMIPA-ULM,

Pardi Affandi, S.Si., M.Si.
NIP. 197806112005011001



Wakil Dekan Bidang Akademik,

Dr. Gunawan, S.Si., M.Si.
NIP. 197911012005011002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kerjasama di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 22 September 2023



Eka Febriyana

NIM. 1911011120008

ABSTRAK

ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS PADA MODEL EPIDEMIK PENYAKIT DIARE DISENTRI (Oleh: Eka Febriyana; Pembimbing: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim; 2023; 63 halaman)

Diare disentri merupakan salah satu penyakit menular yang masih umum dijumpai di berbagai negara. Penyakit ini disebabkan oleh bakteri *Shigella* dan dapat menyebabkan kematian, terhitung sekitar 9% dari semua kematian di antara anak-anak di bawah usia 5 tahun di seluruh dunia pada tahun 2019. Penyakit ini dapat ditularkan melalui interaksi dengan individu terinfeksi atau lingkungan yang telah tercemar bakteri *Shigella*. Salah satu model matematika yang digunakan untuk menganalisis penyebaran penyakit adalah model epidemik SIR. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan proses terbentuknya model, menentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar (R_0), menentukan kestabilan lokal dan global model di titik ekuilibrium bebas penyakit, serta membuat simulasi model. Penelitian ini dilakukan dengan membuat asumsi yang digunakan pada pembentukan model, kemudian akan dicari titik ekuilibrium model, selanjutnya dianalisa kestabilan lokal titik ekuilibrium bebas penyakit dengan menggunakan nilai eigen dan linierisasi model sehingga diperoleh matriks Jacobian, serta melakukan analisa kestabilan global dengan menggunakan Teorema Castillo-Chavez. Kemudian melakukan analisis sensitivitas dan menentukan simulasi model dengan menggunakan runge-kutta orde empat. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model epidemik penyakit diare disentri, berdasarkan model tersebut diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan eksistensi titik ekuilibrium endemik. Kemudian diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0). Selanjutnya analisis kestabilan di titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh stabil asimtotik lokal dengan syarat $R_0 < 1$ dan stabil asimtotik global. Selain itu, hasil analisis sensitivitas menunjukkan terdapat beberapa parameter yang berbanding lurus dan berbanding terbalik terhadap perubahan nilai bilangan reproduksi dasar. Serta pada simulasi terlihat bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil.

Kata Kunci : Analisis Kestabilan, Analisis Sensitivitas, Diare Disentri.

ABSTRACT

STABILITY AND SENSITIVITY ANALYSIS OF THE EPIDEMIC MODEL OF DISENTRIAL DIARRHEA DISEASE (By: Eka Febriyana; Advisors: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim; 2023; 63 pages)

Dysentery diarrhea is an infectious disease that is still commonly found in various countries. The disease is caused by Shigella bacteria and can cause death, accounting for approximately 9% of all deaths among children under 5 years of age worldwide in 2019. The disease can be transmitted through interaction with infected individuals or an environment that has been contaminated with Shigella bacteria. One of the mathematical models used to analyze the spread of disease is the SIR epidemic model. The objectives of this study are to explain the process of model formation, determine the equilibrium point and basic reproduction number (R_0), determine the local and global stability of the model at the disease-free equilibrium point, and simulate the model. This research is conducted by making assumptions used in the formation of the model, then finding the equilibrium point of the model, then analyzing the local stability of the disease-free equilibrium point using eigenvalues and linearizing the model so that the Jacobian matrix is obtained, and analyzing global stability using the Castillo-Chavez Theorem. Then perform sensitivity analysis and determine the model simulation using fourth-order runge-kutta. The result of this study is the formation of an epidemic model of dysentery diarrhea disease, based on the model, two equilibrium points are obtained, namely the disease-free equilibrium point and the existence of the endemic equilibrium point. Then the basic reproduction number (R_0) is obtained. Furthermore, the stability analysis at the disease-free equilibrium point is obtained locally asymptotically stable under the condition that $R_0 < 1$ and globally asymptotically stable. In addition, the sensitivity analysis results show that there are several parameters that are directly and inversely proportional to changes in the value of the basic reproductive number. And the simulation shows that the disease-free equilibrium point is stable.

Keywords : Stability Analysis, Sensitivity Analysis, Dysentery Diarrhea.

PRAKATA

Alhamdulillahirobbil alamin, segala puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT. atas berkat rahmat, karunia dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan pengerjaan serta penulisan skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan dan Sensitivitas pada Model Epidemik Penyakit Diare Disentri”. Tidak lupa juga shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW. beserta keluarga, kerabat dan sahabat serta pengikut Beliau hingga yaumul qiyamah. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis, yang selalu memberikan dukungan, doa, nasehat, motivasi, kasih sayang dan pengertian serta kesabaran yang sangat luar biasa dalam menemani penulis di setiap langkah hidupnya.
2. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc., selaku Koordinator Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat.
4. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing serta memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini dari awal sampai akhir.

5. Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. dan Bapak Oni Soesanto, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini.
6. Ibu Thresye, S.Si., M.Si., selaku dosen penasehat akademik atas arahan dan bimbingannya selama perkuliahan.
7. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Program Studi Matematika yang sudah memberikan ilmunya, serta memberikan arahan dan bantuan dalam kelengkapan administrasi dalam rangka mendukung penulisan dan penyusunan skripsi ini.
8. Seseorang yang spesial serta teman-teman dekat penulis (grup 3h3h3, yuk bisa yuk, ponpes) yang selalu memberikan dukungan dan semangat sehingga penulis bisa bertahan dan tetap waras saat proses penyusunan skripsi ini.
9. Teman-teman “Logic” Mahasiswa Matematika Angkatan 2019 yang telah kebersamai selama perkuliahan serta memberikan bantuan dalam penulisan dan penyusunan skripsi baik berupa saran, masukan, serta motivasi untuk penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Teman-teman HIMATIKA “REAL” dan *dingsanak* Kopma ULM yang telah memberikan banyak pengalaman serta pengetahuan yang tidak didapatkan dalam kelas perkuliahan.
11. Semua pihak yang telah membantu hingga selesainya penulisan dan penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun akan senantiasa penulis harapkan demi kesempurnaan di masa mendatang. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

Banjarbaru, 22 September 2023



Eka Febriyana

NIM. 1911011120008

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	6
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linier.....	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier	7
2.3 Model Epidemik SIR	8
2.4 Titik Ekuilibrium	9
2.5 Analisis Kestabilan	9
2.5.1 Linierisasi	9
2.5.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	11
2.5.3 Bilangan Reproduksi Dasar	13
2.5.4 Kriteria Routh-Hurwitz	14
2.5.5 Teorema Castillo-Chavez	15
2.6 Penyakit Diare Disentri.....	16
2.7 Analisis Sensitivitas	17
2.8 Metode Runge-Kutta Orde Empat	18

BAB III PROSEDUR PENELITIAN	19
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Pembentukan Model Epidemik Penyakit Diare Disentri	21
4.2 Titik Ekuilibrium pada Model Matematika Penyakit Diare Disentri	25
4.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit (E_0)	26
4.2.2 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	27
4.2.3 Titik Ekuilibrium Endemik (E^*)	30
4.3 Kestabilan Lokal Model Epidemik SIRSB Penyakit Diare Disentri di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit (E_0)	35
4.4 Kestabilan Global Model Epidemik SIRSB Penyakit Diare Disentri di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit E_0	41
4.5 Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	42
4.6 Simulasi Numerik Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	52
BAB V PENUTUP	60
5.1 Kesimpulan	60
5.2 Saran	61
DAFTAR PUSTAKA	62

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Alir Model SIR Kermack-McKendrick	8
Gambar 4.1 Alur Model Epidemik Penyakit Diare Disentri	22
Gambar 4.2 Variasi Nilai β_h terhadap Perubahan R_0	50
Gambar 4.3 Variasi Nilai d terhadap Perubahan R_0	51
Gambar 4.4 Variasi Nilai γ terhadap Perubahan R_0	51
Gambar 4.5 Simulasi Titik Kestimbangan E_0	59

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Rumus Indeks Sensitivitas Setiap Parameter	49
Tabel 4.2 Parameter yang Digunakan untuk Analisis Sensitivitas.....	50
Tabel 4.3 Nilai Indeks Sensitivitas terhadap R_0	50
Tabel 4.4 Solusi Numerik Persamaan (4.50) di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	50

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

S	:	Jumlah individu pada subpopulasi manusia sehat tetapi rentan terinfeksi penyakit (<i>susceptible</i>) pada saat t .
I	:	Jumlah individu pada subpopulasi manusia yang terinfeksi penyakit (<i>infected</i>) pada saat t .
R	:	Jumlah individu pada subpopulasi manusia yang sembuh dari infeksi penyakit (<i>recovered</i>) pada saat t .
B	:	Jumlah bakteri pada populasi <i>Pathogen</i> pada saat t .
N	:	Populasi manusia pada saat t , $N = S + I + R$.
K	:	Konsentrasi bakteri <i>Shigella</i> yang menyebabkan kemungkinan terkena diare disentri sebanyak 50%.
$\frac{dS}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi manusia sehat tetapi rentan terinfeksi penyakit (<i>susceptible</i>) pada saat t .
$\frac{dI}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi manusia yang terinfeksi penyakit (<i>infected</i>) pada saat t .
$\frac{dR}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi manusia yang sembuh dari infeksi penyakit (<i>recovered</i>) pada saat t .
$\frac{dB}{dt}$	:	Perubahan jumlah bakteri pada populasi <i>Pathogen</i> pada saat t .
Λ	:	Jumlah pertambahan populasi akibat adanya kelahiran.
μ	:	Tingkat kematian alami pada manusia.
γ	:	Tingkat pemulihan alami pada manusia.
α	:	Tingkat penurunan imun.
d	:	Tingkat kematian akibat penyakit diare disentri.
K	:	Tingkat konsentrasi bakteri <i>Shigella</i> .
β_h	:	Tingkat penularan efektif diare disentri karena interaksi individu yang terinfeksi dengan individu rentan.
β_B	:	Tingkat penularan efektif diare karena terkontaminasinya manusia oleh lingkungan tercemar.
ϵ	:	Tingkat pelepasan bakteri <i>Shigella</i> .

σ_1	:	Tingkat pertumbuhan bakteri <i>Shigella</i> .
σ_2	:	Tingkat kematian bakteri <i>Shigella</i> .
σ	:	Tingkat kematian bersih bakteri <i>Shigella</i> .
E_0	:	Titik ekuilibrium bebas penyakit.
E^*	:	Titik ekuilibrium endemik.
R_0	:	Bilangan Reproduksi Dasar.
J	:	Matriks Jacobian.
G	:	Matriks <i>Next Generation</i> .
λ	:	Nilai eigen.
$\mathcal{S}_I^{R_0}$	:	Analisis sensitivitas terhadap Bilangan Reproduksi Dasar.
UNICEF	:	<i>United Nations International Children's Emergency Fund</i> .
WHO	:	<i>World Health Organization</i> .