



PENERAPAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL SVIR

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan dalam
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

**MELDELINNA KHOIROTUN NISA
NIM. 1811011320012**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2023

SKRIPSI

PENERAPAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL SVIR

Oleh:

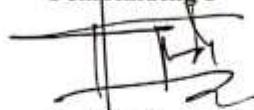
Meldelinna Khoirotun Nisa

NIM. 1811011320012

telah dipertahankan di depan Dosen Pengaji pada tanggal 14 Juni 2023.

Susunan Dosen Pengaji:

Pembimbing I



Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.

NIP. 197806112005011001

Dosen Pengaji:

1. Drs. Faisal, M.Si.
2. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si.



Pembimbing II



Oni Soesanto, S.Si., M.Si.

NIP. 197301262005011003

Banjarbaru, 27 Juni 2023

Wakil Dekan Bidang Akademik,



Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.

NIP. 197806112005011001

Koordinator Program Studi

Matematika FMIPA ULM,



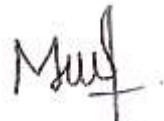
Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.

NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 27 Juni 2023



Meldelinna Khoirotun Nisa
NIM. 1811011320012

ABSTRAK

PENERAPAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL SVIR (Oleh: Meldelinna Khoirotun Nisa; Pembimbing: Pardi Affandi, Oni Soesanto, 2023; 31 halaman)

Penyakit menular merupakan penyakit infeksi yang dapat mempengaruhi kesehatan manusia. Menularnya suatu penyakit disebabkan karena terjadinya kontak antara individu rentan dengan individu terinfeksi sehingga menimbulkan wabah penyakit pada suatu populasi. Dinamika penyebaran penyakit dapat direpresentasikan dengan model matematika. Model matematika yang digunakan untuk penyebaran penyakit ini terdiri dari empat kompartemen yaitu kompartemen rentan terhadap penyakit (S), kompartemen tervaksinasi (V), kompartemen terinfeksi (I) dan kompartemen sembuh (R). Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model SVIR, menentukan bentuk solusi optimal model SVIR dan melakukan simulasi numerik. Pada model yang terbentuk diberikan tiga variabel kontrol yaitu mobilisasi sosial, skrining dan sanitasi. Kontrol optimal diperoleh dengan menggunakan prinsip maksimum Pontryagin serta simulasi model menggunakan metode *forward-backward* Runge Kutta orde empat. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model SVIR dan diperoleh bentuk solusi yang optimal untuk model SVIR dengan tiga variabel kontrol yaitu mobilisasi sosial, skrining dan sanitasi. Berdasarkan hasil simulasi numerik, ketika menerapkan tiga kontrol tersebut jumlah individu yang terinfeksi berkurang dan jumlah populasi yang sembuh bertambah.

Kata kunci: Model SVIR, Kontrol Optimal, Prinsip Maksimum Pontryagin

ABSTRACT

IMPLEMENTATION OF OPTIMAL CONTROLS IN THE SVIR MODEL

(By: Meldelinna Khoirotun Nisa; Advisors: Pardi Affandi, Oni Soesanto, 2023; 31 pages)

Communicable disease is an infectious disease that can affect human health. Transmission of a disease is caused by contact between susceptible individuals and infected individuals, causing an outbreak of disease in a population. The dynamics of disease spread can be represented by a mathematical model. The mathematical model used for the spread of this disease consisted of four compartments, namely the susceptible compartment (S), the vaccinated compartment (V), the infected compartment (I), and the recovered compartment (R). The purpose of this study was to explain the formation of the SVIR model, determine the optimal form of the SVIR model solution, and perform numerical simulations. In the model formed, three control variables were given, namely social mobilization, screening, and sanitation. Optimal control was obtained using Pontryagin's maximum principle and a simulation model using the fourth order forward-backward Runge Kutta method. The results of this study were the formation of the SVIR model and the optimal solution form for the SVIR model with three control variables, namely social mobilization, screening, and sanitation. Based on the result of numerical simulation, when applying the three controls, the number of infected individuals decreased and the number of recovered populations increased.

Keywords: SVIR Model, Optimal Control, Pontryagin Maximum Principle

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan begitu banyak nikmat, karunia, hidayah dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul "**PENERAPAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL SVIR**". Sholawat serta salam tak lupa tercurahkan kepada junjungan dan suri tauladan kita, Nabi Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, serta pengikut setia beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

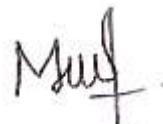
Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua dan keluarga yang telah memberikan dukungan baik secara moril maupun materil serta do'a yang tiada henti-hentinya.
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
4. Bapak Mohammad Mahfuzh Shiddiq, S.Si., M.Si dan Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan nasihat selama perkuliahan.
5. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. dan Bapak Oni Soesanto, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis hingga akhirnya skripsi ini dapat terselesaikan.
6. Bapak Drs. Faisal, M.Si dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan koreksi sehingga penulisan skripsi ini dapat menjadi lebih baik.

7. Dosen-dosen di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat terutama dosen-dosen di Program Studi Matematika yang telah membekali penulis dengan ilmu yang bermanfaat selama perkuliahan.
8. Kerabat dekat yaitu Teman Hijrah (Maya, Hismi, Fitri dan Fipah) serta tim SOLID (Uwel, Pilah, Matus, Rafie, Yasir, Afrian dan Ardi) yang selalu memberikan motivasi dan dukungannya kepada penulis selama perkuliahan sampai proses penulisan skripsi ini selesai.
9. Rekan-rekan mahasiswa Matematika FMIPA ULM dan pihak-pihak lain yang rasanya tidak mungkin penulis sebutkan satu per satu.
10. Diri saya sendiri yang telah berjuang dalam proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna masih terdapat kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin.

Banjarbaru, 27 Juni 2023



Meldelinna Khoirotun Nisa
NIM. 1811011320012

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$S(t)$: Jumlah individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi penyakit menular pada saat t

$V(t)$: Jumlah individu yang telah di vaksin pada saat t

$I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi penyakit menular pada saat t

$R(t)$: Jumlah individu yang sembuh dari infeksi penyakit menular pada saat t

$\frac{dS}{dt}$: Perubahan jumlah populasi *Susceptible* terhadap waktu

$\frac{dV}{dt}$: Perubahan jumlah populasi *Vaccinated* terhadap waktu

$\frac{dI}{dt}$: Perubahan jumlah populasi *Infected* terhadap waktu

$\frac{dR}{dt}$: Perubahan jumlah populasi *Recovered* terhadap waktu

A : Tingkat kelahiran individu baru

μ : Tingkat kematian alami

ρ : Tingkat individu rentan yang diberikan vaksin

τ : Tingkat transmisi (kontak langsung) antara individu yang terinfeksi terhadap individu rentan

δ_1 : Tingkat individu yang sembuh kehilangan kekebalan

δ_2 : Tingkat individu yang telah di vaksin dapat menjadi rentan kembali

γ : Tingkat kesembuhan yang terinfeksi

r : Fungsi treatment

α : Tingkat kematian karena penyakit

J : *Performance Index* (fungsi tujuan)

u_1 : Kontrol mobilisasi sosial

u_2 : Kontrol skrining

u_3 : Kontrol sanitasi

u_1^* : Kontrol mobilisasi sosial yang optimal

u_2^* : Kontrol skrining yang optimal

u_3^* : Kontrol sanitasi yang optimal

Z_1 : Koefisien bobot dari individu terinfeksi

Z_2 : Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol mobilisasi sosial

Z_3 : Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol skrining

Z_4 : Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol sanitasi

\mathcal{H} : Fungsi Hamiltonian

\min : Nilai minimum

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	viii
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Sistematika Penulisan	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensial	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial Linier.....	5
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linier.....	5
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Non linier	6
2.3 Metode Lagrange	7
2.4 Fungsi Hamiltonian	7
2.5 Kontrol Optimal.....	8
2.6 Prinsip Maksimum Pontryagin	8
2.7 Model SIR Klasik	9
2.8 Strategi Kontrol.....	11
2.8.1 Mobilisasi Sosial.....	11
2.8.2 Skrining	11
2.8.3 Sanitasi.....	12

2.9 Metode <i>Forward-Backward</i> Runge Kutta Orde Empat.....	12
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	14
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	15
4.1 Pembentukan Model SVIR	15
4.2 Model SVIR dengan kontrol	19
4.3 Simulasi Numerik	25
BAB V PENUTUP	28
5.1 Kesimpulan	28
5.2 Saran.....	29
DAFTAR PUSTAKA	30

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram kompartemen model SIR klasik	10
Gambar 4.1 Diagram kompartemen model SVIR	16
Gambar 4.2 Hasil simulasi model SVIR tanpa kontrol	26
Gambar 4.3 Hasil simulasi model SVIR dengan kontrol	26

DAFTAR TABEL

Gambar 4.1 Parameter Model SVIR dan Nilainya	25
Gambar 4.2 Nilai Awal untuk simulasi kontrol optimal	25