



**RING TERGENERALISASI DAN  $g$ -IDEAL PADA RING  
TERGENERALISASI**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan dalam  
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**GUSTI MUHAMMAD ROSYADI  
NIM. 2011011110011**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
JANUARI 2024**



**RING TERGENERALISASI DAN  $g$ -IDEAL PADA RING  
TERGENERALISASI**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan dalam  
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**GUSTI MUHAMMAD ROSYADI  
NIM. 2011011110011**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
JANUARI 2024**

# HALAMAN PENGESAHAN

## SKRIPSI

### RING TERGENERALISASI DAN $g$ -IDEAL PADA RING TERGENERALISASI

Oleh:  
**Gusti Muhammad Rosyadi**  
NIM. 2011011110011

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 12 Januari 2024  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing Tunggal



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP 197911222008012013

#### Dosen Penguji:

1. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (✓)
2. Thresye, S.Si., M.Si. (✓)

Banjarbaru, 18 Januari 2024  
Program Studi Matematika FMIPA ULM



  
Gusti Muhammad Rosyadi, S.Si., M.Sc.  
NIP 197806112005011001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kersarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 18 Januari 2024



Gusti Muhammad Rosyadi

NIM. 2011011110011

## ABSTRAK

RING TERGENERALISASI DAN  $g$ -IDEAL PADA RING TERGENERALISASI (oleh: Gusti Muhammad Rosyadi; Pembimbing: Na'imah Hijriati;2024; 95 Halaman)

Struktur aljabar merupakan suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu operasi biner atau lebih. Ring merupakan salah satu kajian pada struktur aljabar yang didefinisikan sebagai suatu himpunan tidak kosong yang memuat dua operasi biner. Terhadap operasi biner pertama, himpunan tersebut merupakan grup, dan operasi biner kedua semigrup, serta kedua operasi memenuhi sifat distributif kiri dan distributif kanan. Konsep ring tergeneralisasi merupakan perluasan dari konsep ring, yakni terhadap operasi biner pertama, setiap elemennya memiliki elemen identitas yang belum tentu sama. Tujuan dari penelitian ini adalah membuktikan sifat-sifat elementer dari ring tergeneralisasi dan membuktikan sifat-sifat ring tergeneralisasi dan homomorfisma ring tergeneralisasi yang dikaitkan dengan struktur  $G$ -ring. Lebih lanjut, penelitian ini juga membuktikan sifat dari himpunan bagian yang berkaitan dengan elemen identitas pada ring tergeneralisasi, dan membuktikan syarat cukup dan syarat perlu suatu  $g$ -ideal pada ring tergeneralisasi. Hasil dari penelitian ini adalah berlakunya sifat-sifat fundamental dari ring tergeneralisasi yang analog dari sifat fundamental pada ring dan diperoleh syarat cukup suatu ring tergeneralisasi merupakan suatu  $G$ -ring. Lebih lanjut, jika ring tergeneralisasi tersebut memiliki elemen satuan, dapat dibentuk suatu grup abelian  $R_a = \{x \in R | e_x = e_a\}$  dan ring tergeneralisasi  $R^e = \{e_x | x \in R\}$ . Akibatnya jika dapat dibentuk suatu homomorfisma ring tergeneralisasi yang injektif antara ring tergeneralisasi  $R$  dengan ring tergeneralisasi  $K$  dengan elemen satuan, maka  $R$  merupakan  $G$ -ring dan  $R_a = \{x \in R | e_x = e_a\}$  merupakan grup abelian. Kemudian dari himpunan  $R_a$ , konsep ring faktor tergeneralisasi dan definisi dari  $g$ -ideal dapat dibentuk syarat perlu dan syarat cukup dari  $g$ -ideal yang serupa dengan definisi ideal klasik.

**Kata kunci:** *Ring Tergeneralisasi, Homomorfisma Ring Tergeneralisasi,  $g$ -Ideal Pada Ring Tergeneralisasi.*

## ABSTRACT

GENERALIZED RING AND  $g$ -IDEAL IN GENERALIZED RING (By : Gusti Muhammad Rosyadi; 2024; Supervisor : Na'imah Hijriati; 95 Page)

An algebraic structure is a non-empty set with one or more binary operations. Ring is a study of algebraic structures which is defined as a non-empty set containing two binary operations. Regarding the first binary operation, the set is a group, and the second binary operation is a semigroup, and both operations fulfill the left distributive and right distributive properties. The generalized ring concept is an extension of the ring concept, namely that for the first binary operation, each element has an identity element that is not necessarily the same. This research aims to prove the elementary properties of generalized rings and the properties of generalized rings and generalized ring homomorphisms associated with the  $G$ -ring structure. Furthermore, this research also proves the properties of subsets related to identity elements in generalized rings, and the sufficient and necessary conditions of  $g$ -ideal in generalized rings. The result of this research is that the fundamental properties of the generalized ring are valid which are analogous to the fundamental properties of the ring and the sufficient conditions for a generalized ring to be a  $G$ -ring are obtained. Furthermore, if the generalized ring has a unit element, an abelian group  $R_a = \{x \in R | e_x = e_a\}$  and generalized ring  $R^e = \{e_x | x \in R\}$  can be formed. As a result, if an injective generalized ring homomorphism can be formed between a generalized ring  $R$  and a generalized ring  $K$  with unit elements, then  $R$  is a  $G$ -ring and  $R_a = \{x \in R | e_x = e_a\}$  is an abelian group. And then from definition of  $R_a$ , generalized factor ring and  $g$ -ideal, it can be formed the necessary and sufficient conditions of  $g$ -ideal which is similar with definition of classic ideal.

**Keywords** : *Generalized Ring, Homomorphism of Generalized Ring,  $g$ -Ideal of Generalized Ring.*

## PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah Subhanahu wa Ta'ala atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Ring Tergeneralisasi dan  $g$ -Ideal Pada Ring Tergeneralisasi”. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan serta kemurahan hati dari berbagai pihak yang terlibat. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. Dekan Fakultas Studi dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir sekaligus dosen pembimbing akademik yang rela bersedia meluangkan waktu, memberikan bimbingan, nasihat, petunjuk serta motivasi yang sangat berharga dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh dosen dan Staf Program Studi atas bantuan serta ilmu yang bermanfaat dalam pelaksanaan perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
5. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan, motivasi, pengertian, serta doa yang tiada henti.
6. Seluruh sahabat, teman, dan rekan Mahasiswa Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman Angkatan 2020 serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna dikarenakan penulis menerima kritik dan saran yang membangun sebagai masukan dan pembelajaran demi penyempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan semua pihak.

Banjarbaru, 18 Januari 2024



Gusti Muhammad Rosyadi

NIM. 2011011110011



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN.....</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN.....</b>	<b>ii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>viii</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....</b>	<b>ix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	3
1.3 Sistematika Penulisan .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>5</b>
2.1 Ring .....	5
2.2 Grup Tergeneralisasi .....	15
2.3 Subgrup Tergeneralisasi .....	26
2.4 Homomorfisma Grup Tergeneralisasi.....	30
2.5 Subgrup Normal Tergeneralisasi.....	35
2.6 Ring Tergeneralisasi.....	45
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN .....</b>	<b>59</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>60</b>
4.1 Sifat-Sifat Ring Tergeneralisasi .....	60
4.2 Homomorfisma Ring Tergeneralisasi dan $g$ -Ideal .....	71
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>93</b>
5.1 Kesimpulan .....	93
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>94</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>95</b>

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$G$	: Grup $G$
$H$	: Subgrup $H$ dari grup $G$
$e_x$	: elemen identitas dari $x$
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\neq$	: Tidak sama dengan
$\in$	: Elemen dari
$*$	: Operasi biner pada himpunan
■	: Pembuktian Selesai
$\text{Ker } f_a$	: $\{x \in G \mid f(x) = f(e_a)\}$
$\text{Ker } f^a$	: $\{x \in G_a \mid f(x) = f(e_a)\}$
$\text{ker } f$	: $\{x \in G_1 \mid \exists a \in G_1, f(x) = f(e_a)\}$
$f(H)$	: $\{f(a) \mid a \in H\}$
$D(f)$	: Daerah asal dari fungsi $f$
$I(f)$	: Image dari fungsi $f$
$G_a$	: $\{x \in G \mid e_x = e_a\}$
$R_a$	: $\{x \in R \mid e_x = e_a\}$