KONTROL OPTIMAL MODEL SEIRS PADA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE

SKRIPSI

untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika

Oleh:

ANJEL AGUSTINA
NIM. 2011011120004

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2024

SKRIPSI

KONTROL OPTIMAL MODEL SEIRS PADA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE

Oleh:

Anjel Agustina

NIM. 2011011120004

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 13 Maret 2024

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

Pembimbing II

Oni Soesanto, S.Si., M.Si.
NIP. 197301262005011003

Dosen Penguji:

1. Dr. M. Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. (   )
2. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. (   )

Banjarbaru,   Maret 2024
Koordinator Program Studi Matematika
FMIPA ULM

Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi , dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru,   Maret 2024

Anjel Agustina

NIM. 2011011120004

ABSTRAK

KONTROL OPTIMAL MODEL SEIRS PADA PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE (Oleh: Anjel Agustina, Pembimbing: Pardi Affandi, Oni Soesanto, 2023; 83 halaman)

Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi virus dengue yang ditularkan melalui gigitan nyamuk Aedes, khususnya Aedes Aegypti. Dinamika penyebaran penyakit DBD dapat direpresentasikan dengan model matematika. Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini terbagi dalam empat subpopulasi yaitu, subpopulasi manusia rentan (*susceptible),* terpapar *(exposed),* terinfeksi *(infected),* dan sembuh *(recovered)*. Adapun tujuan penelitian ini yaitu membentuk model matematika pada penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD), menganalisis kestabilan pada model, menentukan kontrol optimal, dan membuat simulasi numerik. Berdasarkan model tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu, titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Selanjutnya, diperoleh bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix*. Kemudian analisis kestabilan model menggunakan metode Linearisasi dan Kriteria Routh-Hurwitz di titik ekuilibrium. Hasil yang diperoleh yaitu pada titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal dengan syarat $(R_0 < 1)$ dan di titik ekuilibrium endemik asimtotik lokal dengan syarat $(R_0 > 1)$. Pada model diperoleh bentuk kontrol optimal pada penyakit DBD dengan tiga pengendali yang diberikan yaitu edukasi, vaksinasi, dan *treatment*. Dalam menentukan kontrol optimal digunakan Fungsi Hamiltonian dari *performance index*, Metode Lagrange, dan Prinsip Maksimum Pontryagin. Selanjutnya, solusi numerik dari kontrol optimal menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4. Sehingga didapat fungsi kontrol yang optimal pada model penyakit Demam Berdarah Dengue.

Kata kunci: Demam Berdarah Dengue, Analisis Kestabilan, Model SEIRS, Kontrol Optimal.

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF SEIRS MODEL IN DENGUE HEMORRHAGIC FEVER DISEASE (by: Anjel Agustina, Pembimbing: Pardi Affandi, Oni Soesanto, 2023; 83 pages)

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is a disease caused by dengue virus infection which is transmitted through the bite of Aedes mosquitoes, especially Aedes Aegypti. The dynamics of the spread of dengue fever can be represented using a mathematical model. The mathematical model used in this research is divided into four subpopulations, namely, susceptible, exposed, infected and recovered. The aim of this research is to explain the formation of a mathematical model for the spread of dengue hemorrhagic fever, analyze the stability of the model, determine optimal control, and create numerical simulations. Based on this model, two equilibrium points are obtained, namely, the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. Next, the basic reproduction number is obtained using the Next Generation Matrix method. Then analyze the stability of the model using the Linearization method and the Routh-Hurwitz Criteria at the equilibrium point. The results obtained are at the locally asymptotically stable disease-free equilibrium point with the condition $(R_0 > 1)$ and at the local asymptotic endemic equilibrium point with the condition $(R_0 > 1)$. In the model, an optimal form of control for dengue fever is obtained with three controls provided, namely education, vaccination, and treatment. Optimal control is obtained using the Hamiltonian Function of the performance index, Lagrange's Method, and Pontryagin's Maximum Principle. In completing the numerical solution of optimal control using the Runge Kutta Method of Order 4. Then we obtain the optimal control function for the Dengue Hemorrhagic Fever disease model.

Keywords: Dengue Hemorrhagic Fever, Stability Analysis, SEIRS Model, Optimal Control.

PRAKATA

Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT. atas berkat, rahmat, dan karunia serta izin-nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ”Kontrol Optimal Model SEIRS Pada Penyakit Demam Berdarah Dengue”. Shalawat serat salam tidak lupa tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad SAW. beserta para keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusun skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, kerja sama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Selesainya penulisan skripsi ini penulis persembahkan secara khsuus untuk orang tua dan keluarga tercinta. Pada kesempatan kali ini penulis juga igin mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Labung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru, sekaligus selaku pembimbing pertama yang telah sabar membimbing dan mendampingi dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Oni Soesanto, S.Si., M.Si. selaku pembimbing kedua yang telah banyak memberikan motivasi dan membimbing dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan untuk perbaikan dalam penyusunan skripsi ini.

5. Ibu Dr. Na’imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi selama masa perkuliahan.
6. Dosen-dosen pengajar Program Studi Matematika atas bimbingan dan motivasi dalam perkuliahan.
7. Kedua orang tua yang sangat hebat dan paling berjasa dalam hidup penulis. Terimakasih atas kepercayaan yang telah diberikan atas izin merantau dari kalian, serta pengorbanan, cinta dan kasih sayang, doa, motivasi, semangat dan nasihat, dan juga tanpa lelah mendukung segala keputusan dan pilihan dalam hidup penulis. Semoga Allah SWT selalu menjaga kalian dalam kebaikan dan kemudahan aamiin.
8. Seluruh teman dan rekan mahasiswa matematika Angkatan 2020 Program Studi Matematika, yang telah memberikan bantuan baik berupa masukan, saran, semangat maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, masih terdapat kekurangan baik dalam penulisan maupun pembahasan materi. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru,   Maret 2024

Anjel Agustina

NIM. 2011011120004

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Simbol		Arti
$S(t)$	:	Jumlah subpopulasi yang sehat tetapi rentan terinfeksi Demam Berdarah Dengue *(Susceptible)* pada saat t
$E(t)$	:	Jumlah subpopulasi yang terpapar Demam Berdarah Dengue *(Exposed)* pada saat t
$I(t)$	:	Jumlah subpopulasi individu yang terinfeksi penyakit Demam Berdarah Dengue *(Infected)* pada saat t
$R(t)$	:	Jumlah subpopulasi individu yang sembuh *(Recovered)* pada saat t
$\frac{dS}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi yang sehat tetapi rentan terinfeksi Penyakit Demam Berdarah Dengue *(Susceptible)* terhadap waktu
$\frac{dE}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi yang terpapar Demam Berdarah Dengue *(Exposed)* terhadap waktu
$\frac{dI}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi individu yang terinfeksi penyakit Demam Berdarah Dengue *(Infected)* terhadap waktu
$\frac{dR}{dt}$	:	Perubahan jumlah subpopulasi individu yang sembuh *(Recovered)* terhadap waktu
b	:	Tingkat kelahiran
μ	:	Tingkat kematian alami
μ_d	:	Tingkat kematian akibat penyakit Demam Berdarah Dengue
β	:	Tingkat infeksi
δ	:	Tingkat individu yang terpapar penyakit DBD menjadi terinfeksi
γ	:	Tingkat kesembuhan
α	:	Tingkat hilangnya kekebalan dari individu sembuh
E_0	:	Titik kesetimbangan bebas penyakit
E_1	:	Titik kesetimbangan endemik
R_0	:	Bilangan Reproduksi Dasar
J	:	Matriks Jacobian
λ	:	Nilai eigen

u_1	:	Kontrol edukasi
u_2	:	Kontrol vaksinasi
u_3	:	Kontrol *treatment*
u_1^*	:	Kontrol edukasi yang optimal
u_2^*	:	Kontrol vaksinasi yang optimal
u_3^*	:	Kontrol *treatment* yang optimal
A	:	Koefisien bobot dari individu terinfeksi
B_1	:	Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol edukasi
B_2	:	Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol vaksinasi
B_3	:	Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol *treatment*
H	:	Fungsi Hamiltonian
π	:	Pengali Lagrange

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN