



**MODEL EPIDEMI UNTUK PENYAKIT DENGUE**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**SINDI CLOUDIA  
NIM. 1911011320013**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2023**

# SKRIPSI

## MODEL EPIDEMI UNTUK PENYAKIT DENGUE

Oleh:

Sindi Cloudia

NIM. 1911011320013

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 26 Juni 2023.  
Susunan Dosen Penguji:

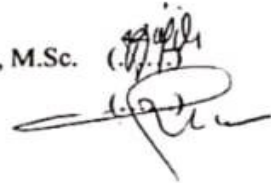
**Pembimbing I**



Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc.  
NIP. 198202082005011003

**Dosen Penguji:**

1. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
2. Drs. Faisal, M.Si.

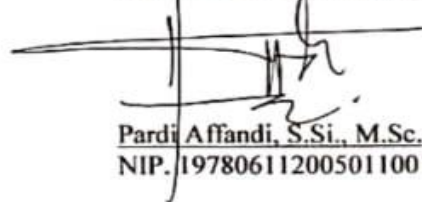


Dekan Bidang Akademik,

Pardian S.Si., M.Si.  
NIP. 197911012005011002

Banjarbaru, 17 Juli 2023

Koordinator Program Studi  
Matematika FMIPA-ULM,

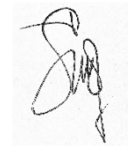


Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## **PERNYATAAN**

Dengan ini Saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan Saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau di terbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebut dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 20 Juli 2023



Sindi Cloudia

NIM. 1911011320013

## ABSTRAK

**MODEL EPIDEMI UNTUK PENYAKIT DENGUE** (Oleh: Sindi Cloudia;  
Pembimbing: Muhammad Ahsar Karim, 2023)

Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah infeksi yang disebabkan oleh virus dengue yang ditularkan oleh nyamuk *Aedes* betina. Pada penelitian ini membahas tentang model epidemi untuk penyakit dengue. Model tersebut menggunakan model SIR yang terbagi menjadi tiga kompartemen. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model epidemi untuk penyakit dengue, menentukan titik ekuilibrium, menentukan nilai Bilangan Reproduksi Dasar, menganalisa kestabilan model, menganalisis sensitivitas dari Bilangan Reproduksi Dasar, dan melakukan simulasi numerik. Penelitian ini menggunakan beberapa metode diantaranya metode *Next Generation Matrix*, metode linearisasi, Kriteria Routh-Hurwitz dan metode Runge Kutta Orde Empat. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model epidemi untuk penyakit dengue, berdasarkan model yang terbentuk diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik, kemudian diperoleh Bilangan Reproduksi Dasar. Selanjutnya hasil analisis kestabilan di titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik dengan syarat-syarat tertentu. Selain itu, hasil analisis sensitivitas dari Bilangan Reproduksi Dasar diperoleh bahwa setiap parameter memberikan pengaruh yang bervariasi terhadap Bilangan Reproduksi Dasar, salah satunya adalah parameter dari Rata-rata gigitan nyamuk berbanding lurus terhadap Bilangan Reproduksi Dasar, sedangkan parameter laju kematian alami nyamuk berbanding terbalik terhadap Bilangan Reproduksi Dasar. Kedua parameter tersebut merupakan parameter yang paling sensitif terhadap perubahan Bilangan Reproduksi Dasar. Kemudian simulasi numerik diberikan untuk mendukung analisis kestabilan dititik ekuilibrium.

**Kata Kunci:** Analisis Kestabilan, Model SIR, Penyakit Dengue, Analisis Sensitivitas.

## ABSTRACT

**EPIDEMIC MODEL FOR DENGUE DISEASE** (By: Sindi Cloudia; Advisor: Muhammad Ahsar Karim, 2023)

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is an infection caused by the dengue virus transmitted by the female Aedes mosquito. This study discussed the epidemic model for dengue disease. The model used the SIR model divided into three compartments. The purpose of this study was to explain the establishment of an epidemic model for dengue disease, determine the equilibrium point, determine the value of the Basic Reproductive Number, analyze the stability of the model, analyze the sensitivity of the Basic Reproductive Number, and perform numerical simulations. This study used several methods including the Next Generation Matrix method, the linearization method, the Routh-Hurwitz Criteria, and the Fourth Order Runge Kutta method. The result of this study was the establishment of an epidemic model for dengue disease, based on the model formed, two equilibrium points are obtained, namely a disease-free equilibrium point and an endemic equilibrium point, then the Basic Reproductive Number is obtained. Furthermore, the results of the stability analysis at the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point were both asymptotically stable with certain conditions. In addition, the results of the sensitivity analysis of the Basic Reproduction Number showed that each parameter has a varying effect on the Basic Reproduction Number. One of which is the parameter of average mosquito bite was directly proportional to the Basic Reproductive Number, while the parameter of mosquito natural death rate was inversely proportional to the Basic Reproductive Number. These two parameters were the parameters most sensitive to changes in the Basic Reproduction Number. Then, numerical simulation was given to support the stability analysis at the equilibrium point.

**Keywords:** Stability Analysis, SIR Model, Dengue Disease, Sensitivity Analysis.

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah *subhanahu wa ta'ala* atas berkat, rahmat dan karunianya serta izin-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Model Epidemi Untuk Penyakit Dengue”. Shalawat serta salam tidak lupa turunkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad *sallallahu alaihi wasallam* beserta para keluarga, sahabat serta pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak mungkin terselesaikan tanpa adanya dukungan, bantuan, kerja sama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini juga penulis ingin mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc selaku Koordinat Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing dan mendampingi dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Bapak Drs. Faisal, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan untuk perbaikan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Thresye, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan motivasi selama perkuliahan.

6. Dosen- dosen pengajar Program Studi Matematika atas bantuan dan bimbingan selama perkuliahan dan penyusunan skripsi.
7. Kedua orang tua penulis, Iriansyah dan Rumini yang selalu memberikan semangat, nasihat dan doa sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Kakak penulis tercinta Diah Ardita yang selalu memberikan semangat, bantuan dan doa selama proses penulisan skripsi ini.
9. Teman-teman angkatan 2019 Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, masih terdapat kekurangan baik dalam penulisan maupun pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, 20 Juli 2023



Sindi Cloudia

NIM. 1911011320013

## DAFTAR ISI

|  | <b>Halaman</b> |
|--|----------------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b>                   | <b>i</b>       |
| <b>LEMBAR PENGESAHAN</b>               | <b>ii</b>      |
| <b>PERNYATAAN</b>                      | <b>iii</b>     |
| <b>ABSTRAK</b>                         | <b>iv</b>      |
| <b>ABSTRACT</b>                        | <b>v</b>       |
| <b>PRAKATA</b>                         | <b>vi</b>      |
| <b>DAFTAR ISI</b>                      | <b>viii</b>    |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b>                   | <b>x</b>       |
| <b>DAFTAR TABEL</b>                    | <b>xi</b>      |
| <b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN</b>      | <b>xii</b>     |
| <b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>         | <b>1</b>       |
| 1.1 Latar Belakang .....               | 1              |
| 1.2 Tujuan .....                       | 3              |
| 1.3 Sistematika Penulisan .....        | 3              |
| <b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>   | <b>5</b>       |
| 2.1 Persamaan Diferensial .....        | 5              |
| 2.2 Sistem Persamaan Diferensial ..... | 6              |
| 2.3 Model Epidemi .....                | 8              |
| 2.4 Titik Ekuilibrium .....            | 9              |
| 2.5 Analisis Kestabilan .....          | 9              |
| 2.6 Kriteria Routh-Hurwitz .....       | 15             |



|  |           |
|--|-----------|
| 2.7 Analisis Sensitivitas.....   | 16        |
| 2.8 Metode Runge-Kutta Orde Empat.....                                   | 17        |
| 2.9 Demam Berdarah Dengue.....   | 18        |
| <b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>                                | <b>20</b> |
| <b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>                                  | <b>22</b> |
| 4.1 Pembentukan Model Epidemii untuk Penyakit Dengue.....                | 22        |
| 4.2 Titik Ekuilibrium pada Model Epidemii untuk Penyakit Dengue.....     | 28        |
| 4.3 Kestabilan Lokal Model Epidemii untuk Penyakit Dengue .....          | 37        |
| 4.4 Analisis Sensitivitas Pada Bilangan Reproduksi Dasar ( $R_0$ ) ..... | 59        |
| 4.5 Simulasi Model Matematika untuk Penyakit Dengue.....                 | 68        |
| <b>BAB V PENUTUP.....</b>  | <b>96</b> |
| 5.1 Kesimpulan .....   | 96        |
| 5.2 Saran .....  | 97        |
| <b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>   | <b>98</b> |

## DAFTAR GAMBAR

|   |    |
|---|----|
| Gambar 4. 1 Diagram Alir Model Epidemi Untuk Penyakit Dengue..... | 24 |
| Gambar 4. 2 Simulasi Titik Ekuilibrium ( $E_0$ ).....             | 82 |
| Gambar 4. 3 Simulasi Titik Ekuilibrium ( $E^*$ ).....             | 94 |

## DAFTAR TABEL

|   |    |
|---|----|
| Tabel 4. 1 Parameter yang digunakan untuk analisis sensitivitas.....                    | 66 |
| Tabel 4. 2 Nilai Indeks Sensitivitas Terhadap Bilangan Reproduksi Dasar .....           | 67 |
| Tabel 4. 3 Nilai Awal yang Digunakan untuk Simulasi Titik $E_0$ .....                   | 72 |
| Tabel 4. 4 Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E_0$ .....                    | 72 |
| Tabel 4. 5 Solusi Numerik Persamaan (4.79) Di titik Ekuilibrium Bebas Penyakit<br>..... | 80 |
| Tabel 4. 6 Nilai awal yang digunakan untuk simulasi titik $E^*$ .....                   | 83 |
| Tabel 4. 7 Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E^*$ .....                    | 84 |
| Tabel 4. 8 Solusi Numerik Persamaan (4.80) Di titik Ekuilibrium Endemik ( $E^*$ )       | 93 |

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S_h(t)$  : Jumlah individu pada subpopulasi yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus DBD pada saat  $t$ .
- $I_h(t)$  : Jumlah individu pada subpopulasi yang terinfeksi virus DBD pada saat  $t$ .
- $R_h(t)$  : Jumlah individu pada subpopulasi yang sudah kebal/tahan terhadap penyakit DBD pada saat  $t$ .
- $A_m(t)$  : Jumlah subpopulasi nyamuk pada fase akuatik berupa telur, larva dan pupa pada saat  $t$ .
- $S_m(t)$  : Jumlah subpopulasi nyamuk yang dapat menularkan penyakit dengue pada saat  $t$ .
- $I_m(t)$  : Jumlah subpopulasi nyamuk pembawa virus dengue di dalam tubuhnya dan kapan saja dapat menularkannya pada saat  $t$ .
- $N_h(t)$  : Jumlah total individu pada populasi manusia pada saat  $t$ .
- $N_m(t)$  : Jumlah total populasi nyamuk pada saat  $t$ .
- $\frac{dS_h}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi virus DBD pada saat  $t$ .
- $\frac{dI_h}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang terinfeksi virus DBD pada saat  $t$ .
- $\frac{dR_h}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang sudah kebal/tahan terhadap penyakit pada saat  $t$ .
- $\frac{dA_m}{dt}$  : Perubahan jumlah nyamuk pada fase akuatik berupa telur, larva dan pupa pada saat  $t$ .
- $\frac{dS_m}{dt}$  : Perubahan jumlah nyamuk yang dapat menularkan penyakit dengue pada saat  $t$ .
- $\frac{dI_m}{dt}$  : Perubahan jumlah nyamuk pembawa virus dengue di dalam tubuhnya dan kapan saja dapat menularkannya pada saat  $t$ .
- $B$  : Rata-rata gigitan nyamuk ( $t$ ).

- $\beta_{mh}$  : Laju penularan penyakit dengue dari nyamuk terinfeksi ( $I_m$ ) ke manusia rentan.
- $\beta_{hm}$  : Laju penularan penyakit dengue dari manusia terinfeksi ( $I_h$ ) ke nyamuk yang dapat membawa virus dengue.
- $\mu_h$  : Laju kematian manusia secara alami.
- $\gamma_h$  : Laju kelahiran manusia secara alami.
- $\alpha_h$  : Laju kematian karena terinfeksi penyakit dengue.
- $\mu_m$  : Laju kematian alami nyamuk.
- $\varphi$  : Laju penambahan telur yang di hasilkan oleh nyamuk (per kapita/per satu nyamuk).
- $\mu_A$  : Laju kematian alami larva.
- $\eta_A$  : Laju pematangan dari larva hingga dewasa.
- $k$  : Rata-rata jumlah larva ( $t$ ).
- $\delta_h$  : Laju kesembuhan individu yang terinfeksi DBD karena pengobatan.
- SIR : *Susceptible, Infected, Recovered.*
- SITR : *Susceptible, Infected, Treatment, Recovered.*
- DBD : Demam Berdarah Dengue.