



**SUBGRUP  $T$ -FUZZY DAN SUBGRUP NORMAL  $T$ -FUZZY**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**TIARA ROIHATUL JANNAH**

**NIM. 2011011220008**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2024**

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

SUBGRUP  $T$ -FUZZY DAN SUBGRUP NORMAL  $T$ -FUZZY

Oleh:

Tiara Roihatul Jannah  
NIM. 2011011220008

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 13 Maret 2024  
Susunan Dosen Penguji:

**Pembimbing I**

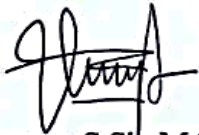


Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197807132005011002

**Dosen Penguji:**

1. Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. 
2. Dr. Moch. Idris, S.Si., M.Si. 

**Pembimbing II**

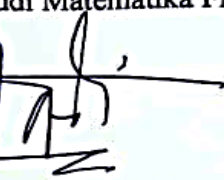


Thresye, S.Si., M.Si.  
NIP. 197105042000122002

Barabaru, 25 Maret 2024

Program Studi Matematika FMIPA ULM



  
Aifandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kersarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 13 Maret 2024

A handwritten signature in black ink, consisting of the letters 'TJR' in a stylized, cursive font, with a horizontal line underneath.

Tiara Roihatul Jannah  
2011011220008

## ABSTRAK

SUBGRUP *T-FUZZY* DAN SUBGRUP NORMAL *T-FUZZY* (oleh: Tiara Roihatul Jannah; Pembimbing: Saman Abdurrahman & Thresye; 2024; 79 Halaman)

Himpunan *fuzzy* merupakan salah satu teori dalam bidang matematika yang didefinisikan sebagai suatu pemetaan dari himpunan tak kosong menuju interval tertutup  $[0,1]$ . Konsep grup merupakan suatu himpunan tak kosong yang didefinisikan dengan operasi biner yang memenuhi sifat tertutup, asosiatif, terdapat elemen identitas dan invers. Subgrup *fuzzy* merupakan gabungan konsep subset *fuzzy* dengan struktur grup. Hal ini juga yang mendasari penelitian mengenai subgrup *T-fuzzy*, yang mendefinisikan subgrup *fuzzy* terhadap suatu *t-norm*  $T$ . Triangular norm (*t-norm*) merupakan fungsi  $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  yang memenuhi sifat komutatif, asosiatif, memiliki elemen identitas dan syarat batas. Tujuan penelitian ini adalah membuktikan sifat-sifat dari subgrup *T-fuzzy* terkait operasi irisan, sifat dasar subgrup *T-fuzzy* jika *t-norm*  $T$  idempoten, produk subgrup *T-fuzzy*, serta *image* dan *preimage* suatu homomorfisma; membuktikan sifat-sifat dari subgrup normal *T-fuzzy* terkait *image* dan *preimage* suatu homomorfisma dan operasi irisan; dan membuktikan sifat-sifat subgrup normal *T-fuzzy* dari subgrup *T-fuzzy* terkait operasi irisan serta *image* dan *preimage* suatu homomorfisma. Prosedur dari penelitian ini yaitu mengkaji definisi dan teorema dari himpunan, fungsi, grup, subgrup, subgrup normal, subset *fuzzy*, subgrup *fuzzy*, subgrup *T-fuzzy* dan subgrup normal *T-fuzzy* dilanjutkan dengan membuktikan teorema, proposisi, lemma maupun akibat dari subgrup *T-fuzzy*, subgrup normal *T-fuzzy* dan subgrup normal *T-fuzzy* dari subgrup *T-fuzzy*. Hasil dari penelitian ini adalah terbuktinya sifat-sifat dari subgrup *T-fuzzy*, seperti hasil operasi irisan dua atau lebih dari subgrup *T-fuzzy* merupakan subgrup *T-fuzzy*, sifat dasar subgrup *T-fuzzy* jika *t-norm*  $T$  idempoten, produk subgrup *T-fuzzy* merupakan subgrup *T-fuzzy* serta *image* dan *preimage* dari subgrup *T-fuzzy* suatu homomorfisma merupakan subgrup *T-fuzzy*; terbuktinya sifat-sifat subgrup normal *T-fuzzy*, seperti *image* dan *preimage* dari subgrup normal *T-fuzzy* suatu homomorfisma merupakan subgrup normal *T-fuzzy* serta hasil operasi irisan dari dua atau lebih subgrup normal *T-fuzzy* berhingga merupakan subgrup normal *T-fuzzy*. Selain itu terbuktinya sifat-sifat subgrup normal *T-fuzzy* dari subgrup *T-fuzzy* terkait hasil operasi irisan dari dua atau lebih subgrup *T-fuzzy* merupakan subgrup normal *T-fuzzy* dari suatu subgrup *T-fuzzy* serta *image* dan *preimage* dari subgrup *T-fuzzy* suatu homomorfisma merupakan subgrup normal *T-fuzzy* dari *image* dan *preimage* subgrup *T-fuzzy*.

**Kata kunci:** Subgrup *Fuzzy*, *t-norm*, Subgrup *T-fuzzy*, Subgrup Normal *T-fuzzy*.

## ABSTRACT

*T-FUZZY SUBGROUP AND NORMAL T-FUZZY SUBGROUP* (By: Tiara Roihatul Jannah; Advisors: Saman Abdurrahman & Thresye; 2024; 79 Pages)

A *fuzzy* set is a theory in mathematics defined as a mapping from nonempty sets to closed intervals  $[0,1]$ . The concept of a group is an empty set defined by binary operations that satisfy closed, associative properties, there are identity and inverse elements. A *fuzzy* subgroup is a combination of the concept of a *fuzzy* subset with a group structure. This is also the basis for research on the subgroup *T-fuzzy*, which defines a *fuzzy* subgroup against a *t-norm*  $T$ . Triangular norm (*t-norm*) is a function  $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  that satisfies commutative, associative properties, has identity elements and boundary conditions. The purpose of this study was to prove the properties of the *T-fuzzy* subgroup related to slice operations, the basic properties of the *T-fuzzy* subgroup if the *t-norm*  $T$  is idempotent, the product of the *T-fuzzy* subgroup, and the *image* and *preimage* of a homomorphism; prove the properties of the normal *T-fuzzy* subgroup regarding *image* and *preimage* a homomorphism and slice operation; and proved the properties of the normal *T-fuzzy* subgroup of the *T-fuzzy* subgroup regarding the slice operation and the *image* and *preimage* of a homomorphism. The procedure of this study is to examine the definitions and theorems of sets, functions, groups, subgroups, normal subgroups, *fuzzy* subsets, *fuzzy* subgroups, *T-fuzzy* subgroups and normal *T-fuzzy* subgroups followed by proving theorems, propositions, lemmas and consequences of the *T-fuzzy* subgroup, normal *T-fuzzy* subgroup and normal *T-fuzzy* subgroup from the *T-fuzzy* subgroup. The result of this study is the proof of the properties of the *T-fuzzy* subgroup, such as the result of the operation of two or more slices of the *T-fuzzy* subgroup is a *T-fuzzy* subgroup, the basic properties of the *T-fuzzy* subgroup if the *t-norm*  $T$  is idempotent, the product of the *T-fuzzy* subgroup is a *T-fuzzy* subgroup and *image* and *preimage* from the *T-fuzzy* subgroup a homomorphism is a subgroup of *T-fuzzy*; proved properties of normal *T-fuzzy* subgroups, such as *image* and *preimage* of normal *T-fuzzy* subgroups of a homomorphism is a normal *T-fuzzy* subgroup, and the result of slices operation of two or more normal *T-fuzzy* subgroups finite is a normal *T-fuzzy* subgroup. In addition, it is proved that the properties of the normal *T-fuzzy* subgroup of the *T-fuzzy* subgroup are related to the slices of two or more *T-fuzzy* subgroups being normal *T-fuzzy* subgroups of a *T-fuzzy* subgroup and the *image* and *preimage* of the *T-fuzzy* subgroup of a homomorphism are normal *T-fuzzy* subgroup of *image* and *preimage* subgroup *T-fuzzy*.

**Keywords:** *Fuzzy* Subgroup, *t-norm*, *T-fuzzy* Subgroup, Normal *T-fuzzy* Subgroup.

## PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'aalamiin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul "SUBGRUP *T-FUZZY* DAN SUBGRUP NORMAL *T-FUZZY*". Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita, Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karenanya, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. dan Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.
5. Ayah dan Ibu penulis tercinta yang selalu memberikan kasih sayang, doa, nasihat, serta selalu memenuhi kebutuhan dan memberikan fasilitas terbaik selama perkuliahan. Penulis berharap bisa menjadi anak yang dapat dibanggakan
6. Adik penulis tersayang, Anggun Nadhifatul Azhar, yang selalu memberikan semangat dan menebarkan kebahagiaan.

7. Sahabat penulis yang selalu merelakan waktunya hingga berjam-jam untuk mendengarkan keluh kesah penulis selama pengerjaan skripsi.
8. Seluruh keluarga, teman, dan rekan mahasiswa terutama Angkatan 2020, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama penyusunan skripsi.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin.

Banjarbaru, 13 Maret 2024



Tiara Roihatul Jannah  
2011011220008

## ARTI LAMBANG

$\subseteq$	: Himpunan bagian/subset
$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Q}$	: Himpunan bilangan rasional
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\mathbb{C}$	: Himpunan bilangan kompleks
$\Rightarrow$	: Pembuktian dari kanan ke kiri
$\Leftarrow$	: Pembuktian dari kiri ke kanan
$=$	: Sama dengan
$\neq$	: Tidak sama dengan
$D_f$	: Domain fungsi $f$
$f(A')$	: Image dari $A'$
$f^{-1}(B')$	: Preimage dari $B'$
$\in$	: Elemen
$\notin$	: Bukan elemen
$\forall$	: Untuk semua
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\det(A)$	: Determinan matriks $A$
$*$	: Operasi biner
$G$	: Grup
$a^{-1}$	: Invers dari $a$
$e$	: Elemen identitas
$<$	: Subgrup
$\triangleleft$	: Subgrup normal
$1_A$	: Fungsi karakteristik dari $A$
$\mathcal{P}(X)$	: <i>power set</i> $X$



$\mathcal{FP}(X)$	: Himpunan subset <i>fuzzy</i> atas $X$
$\mu(X), Im(\mu)$	: <i>Image</i> dari $\mu$
$f_\mu$	: <i>Image</i> dari $\mu$ di bawah $f$
$f_v^{-1}$	: <i>Preimage</i> dari $\mu$ di bawah $f$
$min$	: <i>Minimum</i>
$max$	: <i>Maximum</i>
$sup$	: <i>Supremum</i>
$\mathcal{F}(G)$	: Himpunan subgrup <i>fuzzy</i> atas $G$
$A \circ B$	: Produk $A$ dan $B$
$TF(G)$	: Himpunan subgrup $T$ - <i>fuzzy</i> atas $G$
$\cong$	: Operasi subset pada subset <i>fuzzy</i>
$\cong$	: Operasi sama dengan pada subset <i>fuzzy</i>
$\tilde{\cap}$	: Operasi irisan pada subset <i>fuzzy</i>
$NTF(G)$	: Himpunan subgrup normal $T$ - <i>fuzzy</i> atas $G$
$\supseteq$	: Subgrup normal $T$ - <i>fuzzy</i> dari subgrup $T$ - <i>fuzzy</i>
■	: Terbukti

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	ii
<b>PERNYATAAN</b> .....	iii
<b>ABSTRAK</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>PRAKATA</b> .....	vi
<b>ARTI LAMBANG</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	3
2.1 Himpunan dan Fungsi .....	3
2.2 Matriks .....	7
2.3 Grup .....	11
2.4 Subgrup dan Subgrup Normal .....	18
2.5 Homomorfisma Grup .....	21
2.6 Subset <i>Fuzzy</i> dan Subgrup <i>Fuzzy</i> .....	24
2.7 <i>t-norm</i> .....	29
2.8 Subgrup <i>T-fuzzy</i> dan Subgrup Normal <i>T-fuzzy</i> .....	31
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN</b> .....	41
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	43
4.1 Subgrup <i>T-fuzzy</i> .....	43
4.2 Subgrup Normal <i>T-fuzzy</i> .....	63
4.3 Subgrup Normal <i>T-fuzzy</i> dari Subgrup <i>T-fuzzy</i> .....	69
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	77
5.1 Kesimpulan .....	77
5.2 Saran .....	78
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	79