



**KEKONGRUENAN UNTUK HASIL BAGI FERMAT
MODULO p dan p^2**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
Dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh :

OKTAVIANI DWI RAHAYU

NIM.1911011220005

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2023**



**KEKONGRUENAN UNTUK HASIL BAGI FERMAT
MODULO p dan p^2**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
Dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh :
OKTAVIANI DWI RAHAYU
NIM.1911011220005**

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2023**

SKRIPSI

KEKONGRUENAN UNTUK HASIL BAGI FERMAT MODULO p DAN p^2

Oleh:


Oktaviani Dwi Rahayu

NIM. 1911011220005

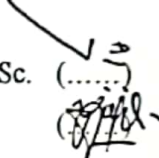
telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 4 Juli 2023.

Susunan Dosen Penguji:


Pembimbing I


Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si
NIP. 197911222008012013

Dosen Penguji:


1. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. 
2. Yuni Yulida, S.Si., M.Si

Pembimbing II


Thresye, S.Si., M.Si.
NIP. 197205042000122002

Banjarbaru, 17 Juli 2023

Koordinator Program Studi
Matematika FMIPA ULM,

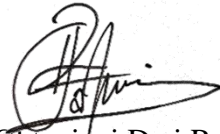

Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka

Banjarbaru, Juli 2023



Oktaviani Dwi Rahayu
NIM. 1911011220005

ABSTRAK

KEKONGRUENAN UNTUK HASIL BAGI FERMAT MODULO p DAN p^2 (Oleh: Oktaviani Dwi Rahayu; Pembimbing: Dr. Na'imah Hijriati, Thresye; 2023; 57 halaman)

Teori bilangan merupakan salah satu ilmu dasar dalam mempelajari matematika. Banyak peneliti yang mengkaji mengenai teori bilangan, salah satunya Pierre De Fermat yang menyatakan sebuah teorema yaitu teorema little Fermat. Selanjutnya, berdasarkan teorema little Fermat muncul sebuah definisi hasil bagi Fermat dari p dengan basis a . Pada penelitian ini akan ditentukan penyelesaian dari persamaan hasil bagi Fermat yang mempunyai basis 2 dengan menggunakan ekspansi binomial, menentukan penyelesaian hubungan antara persamaan hasil bagi Fermat dengan kekongruenan modulo p serta akibatnya, dan menentukan persamaan hasil bagi Fermat dalam modulo p^2 . Penelitian dilakukan dengan menuliskan beberapa definisi dan teorema yang akan digunakan seperti kekongruenan, teorema little Fermat, binomial newton, modulus bilangan kompleks, bentuk polar (kutub), serta bilangan bulat terbesar. Hasil dari penelitian ini menyatakan bahwa terdapat persamaan hasil bagi Fermat untuk $a = 2$ dan $p > 3$ yang kongruen dengan modulo p dan mempunyai akibat yaitu $3^{(p-1)/2}$ yang kongruen dengan $(-1)^{\lfloor p/3 \rfloor - \lfloor p/6 \rfloor} \pmod{p}$. Selain itu terdapat persamaan hasil bagi Fermat dalam modulo p^2 yang dapat diselesaikan dengan menggunakan sigma dan bilangan Harmonik.

Kata kunci : kongruen, teorema little Fermat, hasil bagi Fermat

ABSTRACT

Number theory is one of the basic sciences in studying mathematics. Many researchers studied number theory, one of whom was Pierre De Fermat (1640) which stated a theorem: Fermat's little theorem. Furthermore, based on Fermat's little theorem comes a definition of Fermat's quotient from p to base a . This study determined the solution of Fermat's quotient with a base of 2 using binomial expansion, determined the solution to the relationship between Fermat's quotient and congruent modulo p , showed the effect of Fermat's quotient, and determined Fermat's quotient in modulo p^2 . The results of this study stated that there is an equation for Fermat's results for $a = 2$ and $p > 3$, which is congruent with modulo p and has a corollary that $3^{(p-1)/2}$ is congruent with $(-1)^{\lfloor p/3 \rfloor - \lfloor p/6 \rfloor} \pmod{p}$. In addition, there is the Fermat quotient equation in modulo p^2 which can be solved using sigma and Harmonic numbers

Keywords: congruence, Fermat's little theorem, Fermat quotient

PRAKATA

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT karena atas karuniaNya penulis dapat menyelesaikan skripsi berjudul “ Kekongruenan Untuk Hasil Bagi Fermat Modulo p dan p^3 ”. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, kerja sama, maupun bimbingan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., S.Si. selaku dosen pembimbing pertama yang telah membimbing dan banyak memberikan masukan serta motivasi dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing kedua sekaligus dosen pembimbing akademik yang telah membimbing dan banyak memberikan masukan serta motivasi dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan untuk perbaikan dalam penyusunan skripsi ini.
6. Dosen-dosen pengajar di Universitas Lambung Mangkurat atas bantuan, bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang telah diberikan salam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.

7. Orangtua tercinta, kakak, adik-adik dan keluarga yang selalu memberi dukungan, motivasi, kasih sayang, pengertian dan doa yang tiada henti.
8. Seluruh sahabat, teman dan rekan mahasiswa matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, semangat maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini,

Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin,

Banjarbaru, Juli 2023

Oktaviani Dwi Rahayu
NIM. 1911011220005

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

\mathbb{N}	: himpunan bilangan Asli
\mathbb{Z}	: himpunan bilangan bulat
\in	: anggota atau elemen
\equiv	: kongruen
■	: akhir dari pembuktian
p	: bilangan prima
mod	: modulo
Σ	: sigma
	: habis membagi
†	: tidak habis membagi
[]	: bilangan bulat terbesar
$\binom{p}{k}$: koefisien binomial
$ z $: modulus dari z
H_{p-1}	: deret harmonik dari 1 hingga $\frac{1}{p-1}$
$q_p(a)$: hasil bagi fermat dari p dengan basis a

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	x
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	3
2.1. Keterbagian dan Bilangan Prima.....	3
2.2. Kekongruenan.....	4
2.3. Residu Lengkap dan Residu Kuadrat	6
2.4. Teorema Little Fermat.....	8
2.5 Kriteria Euler	9
2.6 Induksi Matematika.....	11
2.7 Binomial Newton.....	12
2.8 Bilangan Kompleks	19
2.9 Bilangan Bulat Terbesar	21
2.10 Bilangan Harmonik	21
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	28
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	29
BAB V PENUTUP	55
DAFTAR PUSTAKA	57

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Koordinat Kutub.....	20
Gambar 2. Koordinat Titik.....	20