APLIKASI INVERS TERGENERALISASI MOORE PENROSE PADA ALJABAR SISTEM PERSAMAAN LINEAR

SKRIPSI

Untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika

Oleh:
FATIMAH
NIM.1811011120024

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
JULI 2024

SKRIPSI

APLIKASI INVERS TERGENERALISASI MOORE PENROSE PADA ALJABAR SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Oleh:
FATIMAH
NIM.1811011120024

Telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal juli 2024.
Susunan Dosen penguji:

Pembimbing I

Thresye, S.Si., M.Si.
NIP. 197205042000122002

Pembimbing II

Nurul Huda, S.Si., M.Si.
NIP. 198104222006041003

Dosen Penguji:
1. Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. ( )
2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Si. ( )

Banjarbaru, 25 Juli 2024
Wakil Dekan Bidang Akademik,

Dr. Gunawan, S.Si., M.Si.
NIP. 197911012005011002

Koordinator Program Studi
Matematika FMIPA ULM,

Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang saya juga tidak terdapat karya suatu pendapata yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebut dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 24 Juli 2024

Fatimah

NIM. 1811011120024

ABSTRAK

APLIKASI INVERS TERGENERALISASI MOORE-PENROSE PADA ALJABAR SISTEM PERSAMAAN LINEAR (Oleh: Fatimah; Pembimbing: Thresye, S.Si., M.Si, Nurul Huda, S.Si., M.Si, 2024; 95 Halaman).

Sistem persamaan linear merupakan bagian dasar dari salah satu cabang ilmu matematika yakni aljabar linear. Sistem persamaan linear dikatakan konsisten jika sistem ini memiliki solusi, dapat berupa solusi tunggal maupun tak hingga. Untuk menentukan solusi dari beberapa macam sistem persamaan linear yang dirubah menjadi bentuk matriks dengan menggunakan invers tergeneralisasi Moore Penrose. Suatu matriks A berukuran $m \times n$ dengan $m = n$ dikatakan memiliki invers jika dan hanya jika matriks tersebut nonsingular atau detreminan dari matriks tersebut tidak nol. Jika $m \neq n$ maka invers matriks A tidak dapat diperoleh dengan menggunakan invers biasa, sehingga diperlukan invers tergeneralisasi. Invers tergeneralisasi mengalami perluasan menjadi invers tergeneralisasi MoorePenrose, yang dapat digunakan untuk menentukan solusi dari permasalahan sistem persamaan linear. Sistem persamaan linear yang memiliki solusi tak hingga maupun tidak memiliki solusi maka akan digunakan konsep solusi kuadrat terkecil agar diperoleh solusi terbaik. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini dengan studi literatur yaitu mengumpulkan bahan yang berhubungan dan mendukung dalam penelitian. Hasil dari penelitian ini yaitu pengaitan solusi kuadrat terkecil dan invers tergeneralisasi Moore Penrose, pembentukan algoritma dan pengaplikasian invers tergeneralisasi Moore Penrose berdasarkan rank penuh dan rank tidak penuh pada sistem persamaan linear.

Kata Kunci: *sistem persamaan linear, solusi kuadrat terkecil, rank, invers tergeneralisasi Moore Penrose*

ABSTRACT

APPLICATION OF MOORE-PENROSE GENERALIZED INVERS IN ALGEBRA SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS (By: Fatimah; Superviso: Thresye, S.Si., M.Si, Nurul Huda, S.Si., M.Si, 2024; 95 Page)

System of linear equations are a basic part of one branch of mathematics, namely linear algebra. A system of linear equations is side to be cinsistent if this system has a solution, which can be a single solution or infinit solutions. For determine the solution of several types system of linear equation which are converted into matrix form using Moore-penrose generalized inverse/ A matrix of size $m \times n$ with $m = n$ is said to have an inverse if and only if the matrix is nonsingular or the determinant of the matrix is not zero. If $m \neq n$ then the matrix inverse cannot be obtained using ordinary inverse, so a generalized inverse is needed. The generalized inverse has been expanded to become the Moore-penrose generalized inverse, which can be used to determine solutions to problems of system of linear equations. For system of linear equations that have infinite solutions or do not have solutions, the concept of least squares solution will be used to obtain the best solution. The research method used in this research is literature study. Namely collecting material that is related and supports the research. The result of this research are the association of the least squares solutionand the generalized Moore-penrose inverse, the formation of an algorithma and the application of the Moore-penrose generalized inverse based on full rank and incomplete rank in system of linear equations.

Keywords: *system of linear equations, least squares solution, rank, Moore-Penrose generalized inverse*

PRAKATA

puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subahanahu Wata'ala atas segala berkat, rahmat, hidayah dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Aplikasi Invers Tergeneralisasi Moore Penrose pada Aljabar Sistem Persamaan Linear".** serta shalawat dan salam tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad Shallallahu Alaihi Wassallam yang senantiasa menjadi sumber inspirasi dan teladan terbaik untuk umat manusia.

Proses penyusunan Skripsi ini tidak terlepas dari dukungan, doa, kerja sama, bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Selesainya penulisan skripsi ini penulis persembahkan kepada orang tua, keluarga tercinta dan teman-teman yang penulis banggakan. Pada kesempatan ini, penulis mengucapkan terimakasih sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan motivasi dan bimbingan selama perkuliahan.
4. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. dan Bapak Nurul Huda, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah mendampingi dan membimbing dalam penyusunan skripsi ini dari awal sampai akhir.
5. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. dan Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. selaku Dosen penguji yang telah memberikan masukan untuk memperbaiki dalam penyusunan skripsi ini.

6. Seluruh Dosen dan Staff Program studi Matematika yang membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam penyusunan sekripsi ini.
7. Seluruh keluarga tercinta yang telah memberikan doa dan dukungannya hingga penulis menyelesaikan sekripsi ini.
8. Seluruh sahabat dan rekan mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru, khususnya teman-teman Angkatan 2018, serta seluruh pihak yang telah memberkan bantuan, kerja sama, semangat, bimbingan, dukungan, doa, masukan, nasihat dan saran kepada penulis selama penyusunan Skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, terdapat kekurangan baik dalam penulisan skripsi atapun pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran yang dapat dijadikan masukan untuk menyempurnakan dalam penyusunan skripsi ini. Dengan terselesainya skripsi ini, semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan dijadikan ilmu pengetahuan bagi semua pihak, khususnya bagi penulis dan pembaca.

Banjarbaru, 24 Juli 2024

Fatimah

NIM. 1811011120024

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMBANG DAN SINGKATAN

$\mathbb{R}$	: Himpunan semua bilangan real
$\mathbb{C}$	: Himpunan semua bilangan kompleks
$m \times n$	: Ukuran dari matriks dengan m baris dan n kolom
$\mathbb{C}^{m \times n}$	: Ukuran matriks m baris dan n kolom dengan entri bilangan kompleks
I_m	: Matriks identitas berordo/ ukuran $m \times m$
α	: Alpha
a_{ij}	: Entri dari matriks A pada baris ke-i dan kolom ke-j
a_k	: kolom ke-k dari matriks A
A_k	: Matriks yang terdiri dari k kolom pertama dari matriks A
$U^{\perp}$	: Komplemen orthogonal dari U
$R(A)$	: Range dari A
$N(A)$	: Ruang nol dari A
$rank(A)$	: Rank dari matriks A
$\mathbb{R}^{m \times n}$	: Matriks berukuran $m \times n$ dengan entri terdiri dari bilangan real
A^{-1}	: Invers dari matriks A
$Det(A)$	: Determinan dari matriks A
$Adj(A)$	: Adjoin dari matriks A
A^T	: Transpose dari matriks A
A^*	: Transpose konjugat dari matriks A
$\boldsymbol{v}$	: Ruang vektor v
$\langle \boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} \rangle$	: Hasilkali dalam dari vektor $\boldsymbol{v}$ dan $\boldsymbol{u}$
$\|\|\boldsymbol{v}\|\|$	: Panjang sebuah vektor $\boldsymbol{v}$
$Tr(A)$	: Trace matriks matriks A
$A^{\dagger}$	: Invers tergeneralisasi Moore Penrose dari matriks A
■	: Terbukti