



**KESTABILAN DAN SIMULASI NUMERIK MODEL VSEIT
PADA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS**

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
MUHAMMAD SYAHFITRI
NIM. 2211011210001**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
JULI 2026**

SKRIPSI
KESTABILAN DAN SIMULASI NUMERIK MODEL VSEIT PADA PENYEBARAN
PENYAKIT TUBERKULOSIS

Oleh:
Muhammad Syahfitri
NIM. 2211011210001

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 23 Juli 2026

Susunan Dosen Penguji

Pembimbing I



Dr. Yuni Yulida, S.Si., M. Sc.
NIP. 198110102005012004

Dosen Penguji:

1. Dr. Pardi Affandi, S.Si., M. Sc.
2. Muhammad Afief Balya, S.Mat., M. Si.



Pembimbing II



Dr. Muhammad Ahsar K. S.Si., M. Sc.
NIP. 198202082005011003

Banjarbaru, 29 Juli 2026
Ketua Jurusan Matematika FMIPA



Dr. Nasimah Hiriati, S.Si M.Si.
NIP. 197911222008012013



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Banjarbaru, 23 Juli 2026



Muhammad Syahfitri

NIM. 2211011210001

ABSTRAK

KESTABILAN DAN SIMULASI NUMERIK MODEL VSEIT PADA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS (Oleh: Muhammad Syahfitri; Pembimbing: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar K, 2026; 158 halaman)

Tuberkulosis (TB) merupakan salah satu penyakit menular yang masih menjadi permasalahan kesehatan masyarakat di berbagai negara, termasuk Indonesia. Untuk memahami dinamika penyebarannya, penelitian ini membangun model matematika tipe VSEIT yang membagi populasi ke dalam lima kompartemen, yaitu divaksinasi (*Vaccinated*) (V), rentan (*Susceptible*) (S), terpapar (*Exposed*) (E), infeksius (*Infectious*) (I), dan menjalani pengobatan (*Treatment*) (T). Model tersebut menggambarkan proses penularan TB melalui interaksi antara individu rentan dan infeksius, perkembangan individu dari fase laten menjadi infeksius, serta proses pengobatan yang berperan dalam menekan penyebaran penyakit. Analisis matematis dilakukan untuk menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik beserta kestabilannya. Hasil analisis menunjukkan bahwa diperoleh bilangan reproduksi dasar sehingga titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil, sedangkan titik ekuilibrium endemik tidak memenuhi syarat eksistensi biologis. Selanjutnya, simulasi numerik pada titik ekuilibrium bebas penyakit dilakukan pada subpopulasi rentan (*Susceptible*) menggunakan Metode Euler, Runge–Kutta Orde Empat (RK4), dan *Nonstandard Finite Difference* (NSFD). Perbandingan ketiga metode dilakukan pada beberapa ukuran langkah waktu untuk mengevaluasi akurasi dan kestabilan numerik solusi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa ketiga metode menghasilkan pola dinamika yang serupa dan konvergen menuju titik ekuilibrium bebas penyakit. Pada ukuran langkah yang kecil, solusi yang diperoleh hampir berimpit, sedangkan pada ukuran langkah yang lebih besar mulai terlihat perbedaan antar metode. Dengan demikian, model VSEIT mampu menggambarkan dinamika penyebaran tuberkulosis dengan baik, sedangkan metode Euler, RK4, dan NSFD memberikan solusi numerik yang konsisten dalam menyelesaikan model tersebut.

Kata kunci: Tuberkulosis, model VSEIT, vaksinasi, pengobatan, NSFD.

ABSTRACT

STABILITY AND NUMERICAL SIMULATION OF THE VSEIT MODEL IN THE SPREAD OF TUBERCULOSIS (By: Muhammad Syahfitri; Advisor: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar K, 2026; 158 pages)

Tuberculosis (TB) remains one of the major infectious diseases and continues to be a significant public health problem in many countries, including Indonesia. To understand its transmission dynamics, this study develops a VSEIT mathematical model that divides the population into five compartments: Vaccinated (V), Susceptible (S), Exposed (E), Infectious (I), and Treatment (T). The model describes the transmission process of TB through interactions between susceptible and infectious individuals, the progression of individuals from the latent stage to the infectious stage, and the treatment process that contributes to reducing disease transmission. Mathematical analysis is conducted to determine the disease-free equilibrium and endemic equilibrium points along with their stability properties. The results show that the basic reproduction number is obtained such that the disease-free equilibrium is locally asymptotically stable, while the endemic equilibrium does not satisfy the conditions for biological existence. Furthermore, numerical simulations at the disease-free equilibrium are performed on the susceptible subpopulation using the Euler method, the fourth-order Runge–Kutta (RK4) method, and the Nonstandard Finite Difference (NSFD) method. The three methods are compared using several time step sizes to evaluate the accuracy and numerical stability of the solutions. The simulation results indicate that all three methods produce similar dynamic patterns and converge to the disease-free equilibrium. For small time step sizes, the numerical solutions are nearly identical, whereas larger time step sizes reveal noticeable differences among the methods. Therefore, the VSEIT model is capable of describing the dynamics of tuberculosis transmission effectively, while the Euler, RK4, and NSFD methods provide consistent numerical solutions for solving the proposed model.

Keywords: *Tuberculosis, VSEIT model, vaccination, treatment, NSFD.*

PRAKATA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah subhanahu wa ta'ala, Tuhan Yang Maha Esa, atas limpahan rahmat, karunia, dan petunjuk-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“KESTABILAN DAN SIMULASI NUMERIK MODEL VSEIT PADA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS”** dengan baik. Selawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad sallallahu ‘alaihi wasallam, beserta keluarga, sahabat, dan seluruh pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini merupakan salah satu syarat akademik untuk menyelesaikan pendidikan Strata-1 pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan skripsi ini masih terdapat berbagai kekurangan, baik dari sisi penulisan maupun analisis. Meskipun demikian, karya ini dapat terselesaikan berkat bantuan, dukungan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan penghargaan dan ucapan terima kasih kepada:

1. Kepada Bapak Prof. Ir. Sunardi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, atas dukungan dan fasilitas yang diberikan selama penulis menempuh studi.
2. Kepada Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ULM, atas arahan, motivasi, dan dukungannya selama proses perkuliahan.
3. Kepada Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik penulis selama masa perkuliahan, atas bimbingan, nasihat, dan perhatian yang diberikan sehingga penulis dapat melalui proses studi dengan baik.
4. Kepada Ibu Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc., dan Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc., selaku dosen pembimbing skripsi, atas arahan, masukan,

serta bimbingan yang sangat berarti dalam proses penelitian dan penyusunan skripsi ini.

5. Kepada Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc., dan Muhammad Afief Balya, S.Mat., M. Si., selaku dosen penguji, atas kritik, saran, dan masukan konstruktif yang membantu penyempurnaan skripsi ini.
6. Kepada seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika FMIPA ULM, atas ilmu, bimbingan, serta bantuan yang diberikan kepada penulis selama masa studi dan penyusunan skripsi.
7. Kepada seluruh teman dan rekan mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA ULM, khususnya angkatan 2022, atas kebersamaan, dukungan, dan semangat yang turut membantu penulis menyelesaikan skripsi ini.

Penulis telah berupaya menyusun skripsi ini sebaik mungkin. Namun, penulis menyadari bahwa dengan segala keterbatasan yang ada, masih mungkin ditemukan kekurangan dalam penulisan maupun isi pembahasan. Karena itu, penulis sangat membuka diri terhadap kritik dan saran yang konstruktif demi perbaikan dan penyempurnaan karya serupa di masa mendatang. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak, terutama bagi mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, 23 Juli 2026



Muhammad Syahfitri

NIM. 2211011210001

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $V(t)$: Jumlah individu yang telah mendapatkan vaksinasi tuberkulosis pada waktu t .
- $S(t)$: Jumlah individu yang rentan terinfeksi tuberkulosis pada waktu t .
- $E(t)$: Jumlah individu yang telah terpapar bakteri tuberkulosis tetapi belum menunjukkan gejala dan belum dapat menularkan pada waktu t .
- $I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi bakteri tuberkulosis aktif dan dapat menularkan penyakit pada waktu t .
- $T(t)$: Jumlah individu yang sedang menjalani pengobatan tuberkulosis pada waktu t .
- $N(t)$: Total dari subpopulasi pada saat t .
- $\frac{dV}{dt}$: Laju perubahan yang telah mendapatkan vaksinasi tuberkulosis pada waktu t .
- $\frac{dS}{dt}$: Laju perubahan yang rentan terinfeksi tuberkulosis pada waktu t .
- $\frac{dE}{dt}$: Laju perubahan yang telah terpapar bakteri tuberkulosis tetapi belum menunjukkan gejala dan belum dapat menularkan pada waktu t .
- $\frac{dI}{dt}$: Laju perubahan yang terinfeksi bakteri tuberkulosis aktif dan dapat menularkan penyakit pada waktu t .
- $\frac{dT}{dt}$: Laju perubahan individu yang sedang menjalani pengobatan tuberkulosis pada waktu t .
- q : Proporsi bayi yang divaksin.
- δ : Laju rekrutmen (kelahiran/masuknya individu baru ke populasi).
- m : Laju penurunan efektivitas vaksin.
- η : Laju kematian alami.
- β : Laju penularan penyakit (kontak).
- ψ : Laju perkembangan dari fase terpapar ke fase infeksi (Laju aktivasi Bakteri).

- γ : Proporsi individu kambuh kembali.
 θ : Laju pengobatan.
 ∇ : Laju kematian akibat penyakit pada populasi terinfeksi I .
 κ : Laju kegagalan pengobatan.
 ϕ : Laju kematian akibat penyakit pada saat pengobatan T .
 WHO : *World Health Organization*

DAFTAR ISI

	Halaman
PERNYATAAN	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
PRAKATA	v
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Persamaan Diferensial.....	6
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	7
2.3 Model Epidemiologi Klasik SIR.....	9
2.4 Titik Keseimbangan	10
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	11
2.6 Analisis Kestabilan	13
2.7 Metode Euler.....	17
2.8 Metode Runge-Kutta Orde Empat	17
2.9 Metode Numerik <i>Nonstandar Finite Difference</i> (NSFD)	18
2.10 Kriteria Routh-Hurwitz	19
2.11 Teorema Castillo-Chavez	20
2.12 Permodelan Matematika.....	21
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	27
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	30
4.1 Pembentukan Model.....	30
4.2 Titik Keseimbangan Model Dinamika Penularan Tuberkulosis	38
4.3 Analisis Kestabilan di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (K_0)	54

4.4	Simulasi Numerik pada Model Matematika VSEIT Penyakit Tuberkulosis di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	65
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		103
5.1	Kesimpulan	103
5.2	Saran	105
DAFTAR PUSTAKA		106
LAMPIRAN		111

DAFTAR TABEL

	Halaman
1. Tabel 4.1 Nilai parameter di titik kesetimbangan bebas penyakit.....	65
2. Tabel 4.2 Nilai awal di titik kesetimbangan bebas penyakit	68
3. Tabel 4.3 Solusi Numerik di titik Ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Model Euler	74
4. Tabel 4.4 Solusi Numerik di titik Ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat	87
5. Tabel 4.5 Solusi Numerik di titik Ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode <i>Nonstandard Finite Difference</i>	96

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
1. Gambar 2.1 Diagram Alir Model SIR Kermack-McKendrick	10
2. Gambar 4.1 Diagram alir model VSEIT	32
3. Gambar 4.2 Simulasi numerik ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode Euler	75
4. Gambar 4.3 Simulasi numerik ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat	88
5. Gambar 4.4 Simulasi numerik ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode <i>Nonstandard Finite Difference</i>	97
6. Gambar 4.5 Perbandingan simulasi numerik ekuilibrium Bebas Penyakit menggunakan Metode Euler, RK4, dan NSFD ...	99
7. Gambar 4.6 Perbandingan simulasi numerik ekuilibrium Bebas Penyakit pada subpopulasi <i>susceptible</i> menggunakan Metode Euler, RK4, dan NSFD	102

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
1. Lampiran 1. Kode Program MATLAB Metode Euler.....	111
2. Lampiran 2. Kode Program MATLAB Metode Runge-kutta Orde Empat	120
3. Lampiran 3. Kode Program MATLAB Metode <i>Nonstandard</i> <i>Finite Difference</i>	127
4. Lampiran 4. Kode Program MATLAB Perbandingan Metode Euler. RK4, dan NSFD	132