



**Anti-Subgrup  $(\lambda, \mu)$  – Fuzzy**

**SKRIPSI**

**Disusun untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan Program Sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
MUHAMMAD ARIS FADHILA  
NIM. 2011011210024**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2024**

# HALAMAN PENGESAHAN

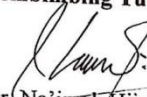
## SKRIPSI

**Anti-Subgrup  $(\lambda, \mu)$  – Fuzzy**

Oleh:  
**Muhammad Aris Fadhila**  
2011011210024

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 3 Oktober 2024  
Susunan Dosen Penguji:

### Pembimbing Tunggal

  
Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP.197911222008012013

### Dosen Penguji:

1. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (.....)
2. Thresye, S.Si., M.Si. (.....)



Jember, 3 Oktober 2024  
Studi Matematika FMIPA ULM

  
Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP.197911222008012013

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 3 Oktober 2024

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'M. Aris Fadhila', with a date '30.' written to the right of the signature.

Muhammad Aris Fadhila  
NIM. 2011011210024

## ABSTRAK

**ANTI-SUBGRUP  $(\lambda, \mu)$  –FUZZY** (Oleh: Muhammad Aris Fadhila; Pembimbing: Na'imah Hijriati; 2024; 86 halaman)

Himpunan *fuzzy* merupakan salah satu teori dalam bidang matematika yang didefinisikan sebagai suatu pemetaan dari himpunan tak kosong menuju interval tertutup  $[0,1]$ . Pengaplikasian himpunan *fuzzy* pada struktur grup menghasilkan konsep grup *fuzzy* yang telah menjadi dasar bagi penelitian aljabar *fuzzy* lainnya, salah satunya adalah konsep anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* yang merupakan perumuman dari anti-subgrup *fuzzy*. Tujuan dari penelitian ini adalah membuktikan sifat elementer identitas yang berlaku pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* dan menunjukkan syarat cukup dan syarat perlu pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* serta membuktikan bahwa *open  $\alpha$ -cut* subhimpunan dari anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* merupakan subgrup dari grup  $G$ ; membuktikan sifat yang berlaku pada suatu anti-subgrup normal *fuzzy* juga berlaku pada suatu anti-subgrup normal  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* dan *open  $\alpha$ -cut* subhimpunan dari anti-subgrup normal  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* merupakan subgrup normal dari grup  $G$ ; membuktikan sifat homomorfisma pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* dan hasil kali kartesian pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy*. Hasil dari penelitian ini adalah diperoleh bahwa sifat elementer identitas berlaku pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy*, yaitu nilai keanggotaan dari elemen identitas selalu lebih kecil atau sama dengan nilai keanggotaan dari setiap elemen di  $G$ . Selain itu, diperoleh syarat cukup dan syarat perlu pada suatu anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy*. Lebih lanjut, diperoleh suatu subhimpunan *fuzzy* merupakan anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* jika dan hanya jika  $A_{(\alpha)} \neq \emptyset$  merupakan subgrup serta, diperoleh sifat yang berlaku pada suatu anti-subgrup normal *fuzzy* juga berlaku pada suatu anti-subgrup normal  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy*. Selain itu, diperoleh suatu subhimpunan *fuzzy* merupakan anti-subgrup normal  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* jika dan hanya jika  $A_{(\alpha)} \neq \emptyset$  merupakan subgrup normal. Lebih lanjut, diperoleh bahwa sifat homomorfisma berlaku pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy* dan hasil kali kartesian berlaku pada anti-subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*fuzzy*.

**Kata kunci:** Subgrup *Fuzzy*, Anti-Subgrup  $(\lambda, \mu)$  –*Fuzzy*, Subgrup Normal, Anti-Subgrup Normal  $(\lambda, \mu)$  –*Fuzzy*.

## ABSTRACT

$(\lambda, \mu)$  –ANTI-FUZZY SUBGROUPS (By: Muhammad Aris Fadhila; Advisor: Na'imah Hijriati; 2024; 86 pages)

Fuzzy sets are a theory in the field of mathematics which is defined as a mapping from a non-empty set to a closed interval in  $[0,1]$ . The application of fuzzy sets to group structures produces a fuzzy group concept which has become the basis for other fuzzy algebra research, one of which is the  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups concept which is a generalization of fuzzy anti-subgroups. The purpose of this research is to prove the elementary identity properties which is applied to  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups and to show sufficient and necessary conditions for  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups and to prove that open  $\alpha$ -cut is a subset of  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups is a subgroups of group  $G$ ; prove that the properties which is applied to a anti-fuzzy normal subgroups also apply to a  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy normal subgroups and open  $\alpha$ -cut subset of the  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy normal subgroups is a normal subgroups of group  $G$ ; prove the nature of homomorphism in  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups and Cartesian product in  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups. The results of this research are the elementary properties of identity applies to the  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups, namely the membership value of the identity element is always smaller or equal to the membership value of each element in  $G$ . In addition, it is obtained sufficient conditions and necessary conditions in  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups. Furthermore, it is obtained that a fuzzy subset is  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups if and only if  $A_{(\alpha)} \neq \emptyset$  is a subgroups and we obtain that the properties that apply to a anti-fuzzy normal subgroups also apply to an  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy normal subgroups. In addition, we obtain that a fuzzy subset is  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy normal subgroups if and only if  $A_{(\alpha)} \neq \emptyset$  is a normal subgroups. Furthermore, it is found that the homomorphism properties apply to the  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups and the cartesian product applies to the  $(\lambda, \mu)$  –anti-fuzzy subgroups.

**Keyword:** *Fuzzy Subgroups,  $(\lambda, \mu)$  –Anti-Fuzzy Subgroups, Normal Subgroups,  $(\lambda, \mu)$  –Anti-Fuzzy Normal Subgroups.*

## PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul “ANTI-SUBGRUP  $(\lambda, \mu) -FUZZY$ .” Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita, Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karenanya, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S. Si., M. Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika atas bantuan serta ilmu yang bermanfaat dalam pelaksanaan perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
5. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan, motivasi, pengertian, serta doa yang tiada henti
6. Seluruh keluarga terutama orang tua dan kakak adik saya, sahabat, teman, dan rekan mahasiswa terutama Angkatan 2020, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama pelaksanaan penelitian hingga penyusunan skripsi ini terselesaikan.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin.

Banjarbaru, 3 Oktober 2024

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'M. Aris Fadhila', with a date '30.' written to the right of the signature.

Muhammad Aris Fadhila  
NIM. 2011011210024

## ARTI LAMBANG

$*$	: Operasi biner
$\in$	: Elemen
$\notin$	: Bukan elemen
$X$	: Himpunan semesta
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\subseteq$	: Subhimpunan
$\cap$	: Irisan
$\cup$	: Gabungan
$\wedge$	: Minimum
$\vee$	: Maksimum
$\nlessgtr$	: Tidak lebih dari atau sama dengan
$\neq$	: Tidak sama dengan
$e$	: Identitas
$\mathcal{FP}(x)$	: Koleksi semua subhimpunan <i>fuzzy</i> dari $X$
$A, B$	: Subhimpunan <i>fuzzy</i>
$A(x)$	: Derajat keanggotaan
$A_{(\alpha)}$	: <i>Open <math>\alpha</math>-cut</i> subhimpunan dari $A$
$f: G_1 \rightarrow G_2$	: Fungsi $f$ dari grup $G_1$ ke $G_2$
$Im A$	: <i>Image</i> dari $A$
$A \times B$	: Hasil kali kartesian dari himpunan $A$ dan $B$
$A^c$	: Komplemen dari $A$
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat
■	: Terbukti

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>PRAKATA</b> .....	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>ix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Himpunan dan Fungsi .....	4
2.2 Grup, Subgrup dan Subgrup Normal .....	4
2.3 Himpunan <i>Fuzzy</i> .....	14
2.4 Subgrup <i>Fuzzy</i> dan Subgrup Normal <i>Fuzzy</i> .....	21
2.5 Anti-Subgrup <i>Fuzzy</i> dan Anti-Subgrup Normal <i>Fuzzy</i> .....	28
2.6 Anti-Subgrup $(\lambda, \mu) -Fuzzy$ dan Anti-Subgrup Normal $(\lambda, \mu) -Fuzzy$ .....	35
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN</b> .....	<b>47</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>48</b>
4.1 Sifat-Sifat Anti-Subgrup $(\lambda, \mu) -Fuzzy$ .....	48
4.2 Sifat-Sifat Anti-Subgrup Normal $(\lambda, \mu) -Fuzzy$ .....	55
4.3 Homomorfisma dan Hasil Kali Kartesian pada Anti-Subgrup $(\lambda, \mu) -Fuzzy$	63
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	<b>78</b>
5.1 Kesimpulan .....	78
5.2 Saran.....	78

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>79</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>81</b>