



**SIFAT ELEMENTER PADA MODUL TERGENERALISASI  
ATAS RING DENGAN ELEMEN SATUAN**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
MUHAMMAD ALI RIZQAN  
NIM. 2211011110010**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2025**

# HALAMAN PENGESAHAN

## SKRIPSI


### SIFAT ELEMENTER PADA MODUL TERGENERALISASI ATAS RING DENGAN ELEMEN SATUAN

Oleh:

**Muhammad Ali Rizqan**  
NIM. 2211011110010

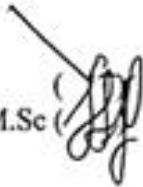
telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 27 Januari 2026  
Susunan Dosen Penguji:

**Pembimbing Tunggal**

  
Dr. Na'imah Hijriati, S.Si, M.Si  
NIP 197911222008012013

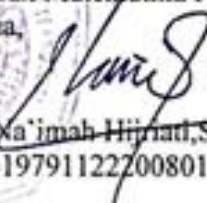
**Dosen Penguji:**

1. Saman Abdurrahman, S.Si, M.Sc
2. Muhammad Afief Balya, S.Mat, M.Sc





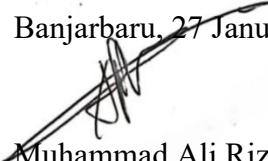
Banjarbaru, 27 Januari 2026  
Jurusan Matematika FMIPA ULM  
Ketua,

  
Dr. Na'imah Hijriati, S.Si, M.Si  
NIP 197911222008012013

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 27 Januari 2026

  
Muhammad Ali Rizqan

NIM. 2211011110010

## ABSTRAK

**SIFAT ELEMENTER PADA MODUL TERGENERALISASI ATAS RING DENGAN ELEMEN SATUAN** (Oleh: Muhammad Ali Rizqan; Pembimbing: Na'imah Hijriati, 54 halaman)

Modul merupakan grup abelian yang memenuhi aksioma perkalian skalar atas ring dengan elemen satuan. Modul merupakan perluasan dari ruang vektor dimana pengali skalar diperluas menjadi ring dengan elemen satuan. Grup merupakan himpunan yang dikenakan satu operasi biner yang memenuhi aksioma asosiatif, adanya elemen identitas dan adanya elemen invers untuk setiap elemennya. Kemudian grup digeneralisasi dengan mendefinisikan setiap elemen memiliki elemen identitas yang disebut dengan grup tergeneralisasi. Kemudian Modul digeneralisasi dengan menggeneralisasi grup abeliannya menjadi grup tergeneralisasi. Modul tergeneralisasi merupakan grup tergeneralisasi yang memenuhi aksioma perkalian skalar terhadap ring dengan elemen satuan. Pembahasan dimulai dengan tinjauan ring dan modul sebagai dasar teori, kemudian diperluas ke grup tergeneralisasi yang memiliki elemen identitas untuk setiap elemennya. Konsep ini selanjutnya diterapkan pada modul tergeneralisasi, dengan struktur penjumlahan berupa grup tergeneralisasi dan struktur perkalian skalar atas ring dengan elemen satuan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa modul tergeneralisasi memenuhi aksioma terkait elemen identitas dan elemen invers yang mirip pada modul meskipun dengan operasi penjumlahan yang lebih umum. Lebih lanjut dapat dibentuk suatu modul tergeneralisasi dari suatu modul, dan subset tertentu dari modul tergeneralisasi tersebut dapat menjadi modul. Selain itu, dibuktikan bahwa setiap modul tergeneralisasi siklik merupakan modul. Penelitian ini juga mengkaji submodul tergeneralisasi sebagai subgrup tergeneralisasi yang tertutup terhadap perkalian skalar, serta membuktikan jumlah dan irisan submodul tergeneralisasi kembali membentuk submodul tergeneralisasi. Pada homomorfisma modul tergeneralisasi, beberapa aksioma homomorfisma modul tetap terpenuhi, termasuk sifat-sifat elementer terkait invers dan identitas. Selain itu, kernel dan image suatu homomorfisma modul tergeneralisasi juga membentuk submodul tergeneralisasi.

Kata kunci: Ring, Modul, Grup Tergeneralisasi, Modul Tergeneralisasi

## ABSTRACT

**ELEMENTARY PROPERTIES OF GENERALIZED MODULES OVER RINGS WITH UNITY** (By: Muhammad Ali Rizqan; Supervisors: Na'imah Hijriati, 54 pages)

A module is an abelian group equipped with scalar multiplication over a ring with unity, extending the concept of a vector space by allowing scalars from a ring rather than a field. A group, defined as a set with a single associative binary operation possessing an identity element and inverses for every element, is generalized by introducing the notion of a generalized group, where each element possesses its own local identity. Correspondingly, a module is generalized by replacing its underlying abelian group with a generalized group, leading to the structure of a generalized module. that is, a generalized group that satisfies scalar multiplication axioms over a ring with unity. The discussion begins with an overview of classical rings and modules as the theoretical foundation, then proceeds to the extension of groups to generalized groups, which assign a local identity to each element. This concept is subsequently applied to generalized modules, where the additive structure is a generalized group and scalar multiplication is defined over a ring with unity. The results demonstrate that generalized modules satisfy many axioms analogous to those of classical modules, including properties related to identity and inverse elements, despite the more general nature of their addition operation. Furthermore, a generalized module can be constructed from a classical module, and certain subsets of a generalized module may themselves form modules. It is also proven that every cyclic generalized module is necessarily a classical module. This research further examines generalized submodules as generalized subgroups closed under scalar multiplication, and establishes that both the sum and the intersection of generalized submodules again constitute a generalized submodule. In the context of homomorphisms between generalized modules, several axioms of classical module homomorphisms remain valid, including elementary properties concerning inverses and identities. Additionally, the kernel and image of a generalized module homomorphism are shown to be generalized submodules.

Keywords: Ring, Module, Generalized Groups, Generalized Module

## PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah Subhanahu wa Ta'ala atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“SIFAT ELEMENTER PADA MODUL TERGENERALISASI ATAS RING DENGAN ELEMEN SATUAN”**. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

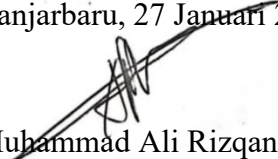
Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan serta kemurahan hati dari berbagai pihak yang terlibat. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. Dekan Fakultas Studi dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir yang rela bersedia meluangkan waktu, memberikan bimbingan, nasihat, petunjuk serta motivasi yang sangat berharga dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, saran, motivasi dan semangat dalam masa perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh dosen dan Staf Program Studi atas bantuan serta ilmu yang bermanfaat dalam pelaksanaan perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
6. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan, motivasi, pengertian, serta doa yang tiada henti.
7. Seluruh sahabat, teman, dan rekan Mahasiswa Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman Angkatan 2022 serta seluruh pihak yang telah

memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna dikarenakan penulis menerima kritik dan saran yang membangun sebagai masukan dan pembelajaran demi penyempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan semua pihak.

Banjarbaru, 27 Januari 2026



Muhammad Ali Rizqan  
NIM. 2211011110010

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>viii</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN</b>	<b>ix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1    Latar Belakang.....	1
1.2    Tujuan Penelitian.....	2
1.3    Sistematika Penulisan.....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>4</b>
2.1.    Ring.....	4
2.2.    Modul.....	10
2.3.    Grup Tergeneralisasi.....	18
2.4.    Modul Tergeneralisasi.....	25
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	<b>32</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>33</b>
4.1    Sifat Elementer Dari Modul Tergeneralisasi.....	33
4.2    Sifat-Sifat Submodul Tergeneralisasi.....	53
4.3    Homomorfisma Modul Tergeneralisasi.....	63
<b>BAB V PENUTUP</b>	<b>69</b>
5.1    Kesimpulan.....	69
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>70</b>