



**SUBGRUP *MULTI-FUZZY*  
DAN *MULTI-LEVEL* SUBGRUP *MULTI-FUZZY***

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan dalam  
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**ANNIDA MUALLIMAH  
NIM. 2011011120009**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
2024**

HALAMAN PENGESAHAN

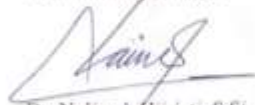
SKRIPSI

SUBGRUP *MULTI-FUZZY*  
DAN *MULTI-LEVEL* SUBGRUP *MULTI-FUZZY*

Oleh:  
Annida Muallimah  
NIM. 2011011120009

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 31 Juli 2024  
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing Tunggal



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197914222008012013

Dosen Penguji:

1. Thresyc, S.Si., M.Si. (Handwritten mark)
2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (Handwritten mark)



Banjarbaru, 08 Agustus 2024  
Dekan/Pengantar Program Studi Matematika  
UKI

Paridi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kersarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 8 Agustus 2024



Annida Muallimah

NIM. 2011011120009

## ABSTRAK

### **SUBGRUP *MULTI-FUZZY* DAN *MULTI-LEVEL* SUBGRUP *MULTI-FUZZY***

(Oleh: Annida Muallimah; Pembimbing: Na'imah Hijriati; 2024; 85 Halaman)

Himpunan *fuzzy* merupakan pengembangan dari himpunan klasik, yakni fungsi karakteristiknya memiliki nilai diinterval 0 sampai 1. Perkembangan konsep himpunan tersebut menghasilkan dasar penelitian model aljabar *fuzzy* lainnya, seperti himpunan *multi-fuzzy*. Konsep subhimpunan *multi-fuzzy* merupakan perumusan dari teori himpunan *fuzzy*, yakni fungsi keanggotaannya merupakan himpunan *fuzzy* berdimensi  $k$  dan memiliki nilai diinterval 0 sampai 1. Kemudian perpaduan subhimpunan *multi-fuzzy* dengan struktur grup, menghasilkan konsep subgrup *multi-fuzzy* dengan levelnya. Tujuan penelitian ini adalah membuktikan sifat elementer dari subgrup *multi-fuzzy*, membuktikan syarat perlu dan syarat cukup suatu subhimpunan *multi-fuzzy* merupakan subgrup *multi-fuzzy*, membuktikan sifat-sifat subgrup *multi-fuzzy* terkait operasi irisan dan operasi gabungan yang berlaku pada subgrup *multi-fuzzy*, dan membuktikan hubungan antara *multi-level* dan subgrup *multi-level* dari subgrup *multi-fuzzy* dengan grupnya. Prosedur dari penelitian ini yaitu mengkaji definisi dan teorema dari himpunan, grup, subgrup, himpunan *fuzzy* dengan levelnya, subgrup *fuzzy*, subhimpunan *multi-fuzzy* dengan levelnya, serta membuktikan teorema terkait subgrup *multi-fuzzy* dengan levelnya. Hasil penelitian ini adalah terbuktinya sifat elementer dari subgrup *multi-fuzzy*, terbuktinya syarat perlu dan syarat cukup suatu subhimpunan *multi-fuzzy* merupakan subgrup *multi-fuzzy*, irisan dua subgrup *multi-fuzzy* merupakan subgrup *multi-fuzzy*, gabungan dari dua subgrup *multi-fuzzy* belum tentu merupakan subgrup *multi-fuzzy*, dan terbukti hubungan antara *multi-level* dan subgrup *multi-level* dari subgrup *multi-fuzzy* dengan grupnya.

**Kata kunci:** *Grup, Himpunan Fuzzy, Subhimpunan Multi-Fuzzy, Subgrup Multi-Fuzzy, Multi-Level.*

## ABSTRACT

### **SUBGRUP *MULTI-FUZZY* DAN *MULTI-LEVEL* SUBGRUP *MULTI-FUZZY***

(By: Annida Muallimah; Supervisor: Na'imah Hijriati; 2024; 85 Pages)

Fuzzy subhimpunans is an extension of classical sets, where its characteristic function has values in the interval from 0 to 1. The development of this subhimpunan concept leads to the foundation of further research models in fuzzy algebra, such as multi-fuzzy subhimpunans. The concept of multi-fuzzy subhimpunans is a generalization of fuzzy subhimpunan theory, where its membership function is a fuzzy subhimpunans with dimension  $k$  and has values in the interval from 0 to 1. The combination of multi-fuzzy subhimpunans with group structures results in the concept of multi-fuzzy subgroups with their levels. The aim of this research is to prove the elementary properties of multi-fuzzy subgroups, to establish the necessary and sufficient conditions for a multi-fuzzy subhimpunan to be a multi-fuzzy subgroup, to prove the properties of multi-fuzzy subgroups related to intersection and union operations that apply to multi-fuzzy subgroups, and to prove the relationship between multi-level and multi-level subgroup of multi-fuzzy subgroup and its group. The procedure of this research involves studying the definitions and theorems of sets, groups, subgroups, fuzzy subhimpunans with their levels, fuzzy subgroups, multi-fuzzy subhimpunans with their levels, and proving the theorems related to multi-fuzzy subgroups with their levels. The results of this research include the proof of the elementary properties of multi-fuzzy subgroups, proven necessary and sufficient conditions for a multi-fuzzy subhimpunan to be a multi-fuzzy subgroup, the intersection of two multi-fuzzy subgroups is a multi-fuzzy subgroup, the union of two multi-fuzzy subgroups is not necessarily a multi-fuzzy subgroup, and the relationship between multi-level and multi-level subgroups of multi-fuzzy subgroups and their groups is proven.

**Keywords:** *Group, Fuzzy Subhimpunans, Multi-Fuzzy Subhimpunans, Multi-Fuzzy Subgroup, Multi-Level.*

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah Subhanahu wa Ta'ala atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Subgrup *Multi-Fuzzy* dan *Multi-Level* Subgrup *Multi-Fuzzy*”. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya bantuan serta kemurahan hati dari berbagai pihak yang terlibat. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. Dekan Fakultas Studi dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir sekaligus dosen pembimbing akademik yang rela bersedia meluangkan waktu, memberikan bimbingan, nasihat, petunjuk serta motivasi yang sangat berharga dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh dosen dan Staf Program Studi atas bantuan serta ilmu yang bermanfaat dalam pelaksanaan perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
5. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan, motivasi, pengertian, serta doa yang tiada henti.
6. Seluruh sahabat, teman, dan rekan Mahasiswa Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman Angkatan 2020 serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna dikarenakan penulis menerima kritik dan saran yang membangun sebagai masukan dan

pembelajaran demi penyempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan semua pihak.

Banjarbaru, 8 Agustus 2024

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized, cursive letter 'A' with a horizontal line extending to the right.

Annida Muallimah

NIM. 2011011120009

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$e(x)$	: Elemen identitas dari $x$
$\in$	: Elemen
$\notin$	: Bukan elemen
$*$	: Operasi biner
$\circ$	: Operasi komposisi
■	: Terbukti
min	: Nilai minimum
max	: Nilai maksimum
$\wedge$	: Operasi <i>meet</i> antara elemen pada himpunan
$\vee$	: Operasi <i>join</i> antara elemen pada himpunan
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\subseteq$	: Himpunan bagian
$<$	: Subgrup
$\cup$	: Gabungan
$\cap$	: Irisan
$\geq$	: Lebih besar sama dengan antara elemen pada himpunan
$\leq$	: Lebih kecil sama dengan antara elemen pada himpunan
$\supseteq$	: Lebih besar sama dengan antara himpunan barisan terurut
$\supseteq$	: Lebih kecil sama dengan antara himpunan barisan terurut
$=$	: sama dengan
$[0,1]^{(i)}$	: $\underbrace{[0,1] \times [0,1] \times \dots \times [0,1]}_i$
$(a_i) \in [0,1]^{(i)}$	: $(a_1, a_2, \dots, a_i)$
$\mu$	: Himpunan <i>fuzzy</i>
$\mu_i$	: Subhimpunan <i>multi-fuzzy</i>
$\mathcal{A}$	: Subhimpunan <i>multi-fuzzy</i> $\mathcal{A}$
$\mathcal{B}$	: Subhimpunan <i>multi-fuzzy</i> $\mathcal{B}$
$a_t$	: level subhimpunan $a$

$\mathcal{A}_t$	: <i>Multi-level subhimpunan</i> $\mathcal{A}$
$\mathcal{D}(R)$	: Domain dari $R$
$\mathcal{FP}(X)$	: Koleksi semua himpunan <i>fuzzy</i> dari $X$
$M^k FS(G)$ dimensi	: Koleksi semua subhimpunan <i>multi-fuzzy</i> pada grup $G$ dengan dimensi
	k
$\times$	: Hasil kali silang
$\mu(x)$	: Nilai fungsi keanggotaan himpunan fuzzy
$\mu_i(x)$	: Nilai fungsi keanggotaan subhimpunan multi-fuzzy
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	Error! Bookmark not defined.
<b>PERNYATAAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xiv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Himpunan, Relasi dan Fungsi .....	4
2.2 Grup .....	13
2.3 Subgrup .....	20
2.4 Himpunan fuzzy dan Subgrup <i>Fuzzy</i> .....	23
2.5 Subhimpunan <i>Multi-Fuzzy</i> .....	36
2.6 Subgrup <i>Multi-Fuzzy</i> .....	38
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN</b> .....	<b>51</b>
3.1 Metode Penelitian .....	51
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>52</b>
4.1. Sifat-Sifat, Operasi Irisan dan Operasi Gabungan Subgrup <i>Multi-Fuzzy</i> .....	52
4.2. Hubungan <i>Multi-Level</i> dan Subgrup <i>Multi-Level</i> dari Subgrup <i>Multi-Fuzzy</i> dengan Grupnya .....	64
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	<b>73</b>
5.1 Kesimpulan .....	73
5.2 Saran .....	74

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>75</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>76</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 1 Cayley operasi biner pada $K$ .....	14
Tabel 2 Cayley operasi komposisi pada $S_3$ .....	15
Tabel 3 Nilai $(x^{-1})^{-1}$ Contoh 2.2.10 .....	18
Tabel 4 Nilai $(x^{-1})^{-1}$ Contoh 2.2.11 .....	18
Tabel 5 Nilai $(xy)^{-1}$ Contoh 2.2.14 .....	19
Tabel 6 Nilai $y^{-1}x^{-1}$ Contoh 2.2.14 .....	19
Tabel 7 Nilai $(xy)^{-1}$ Contoh 2.2.15 .....	19
Tabel 8 Nilai $y^{-1}x^{-1}$ Contoh 2.2.15 .....	20
Tabel 9 Nilai minimum dari $\mu(x)$ dan $\mu(y)$ pada Contoh 2.4.7 .....	27
Tabel 10 Nilai dari $\mu(xy)$ pada Contoh 2.4.7 .....	27
Tabel 11 Nilai $\mu(x)$ dan $\mu(x^{-1})$ pada Contoh 2.4.7 .....	28
Tabel 12 Nilai minimum dari $\mu(x)$ dan $\mu(y)$ pada Contoh 2.4.8 .....	28
Tabel 13 Nilai dari $\mu(xy)$ pada Contoh 2.4.8 .....	29
Tabel 14 Nilai $\mu(x)$ dan $\mu(x^{-1})$ pada Contoh 2.4.8 .....	29
Tabel 15 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 2.6.4 .....	43
Tabel 16 Nilai minimum dari $\mathcal{A}(x)$ dan $\mathcal{A}(y)$ pada Contoh 2.6.4 .....	43
Tabel 17 Nilai dari $\mathcal{A}(xy)$ pada Contoh 2.6.4 .....	44
Tabel 18 Nilai $\mathcal{A}(x)$ dan $\mathcal{A}(x^{-1})$ pada Contoh 2.6.4 .....	44
Tabel 19 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 2.6.5 .....	45
Tabel 20 Nilai minimum dari $\mathcal{A}(x)$ dan $\mathcal{A}(y)$ pada Contoh 2.6.5 .....	45
Tabel 21 Nilai dari $\mathcal{A}(xy)$ pada Contoh 2.6.5 .....	46
Tabel 22 Nilai $\mathcal{A}(x)$ dan $\mathcal{A}(x^{-1})$ pada Contoh 2.6.5 .....	47
Tabel 23 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 2.6.6 .....	47
Tabel 24 Nilai minimum dari $\mathcal{B}(x)$ dan $\mathcal{B}(y)$ pada Contoh 2.6.6 .....	48
Tabel 25 Nilai dari $\mathcal{B}(xy)$ pada Contoh 2.6.6 .....	49
Tabel 26 Nilai $\mathcal{B}(x)$ dan $\mathcal{B}(x^{-1})$ pada Contoh 2.6.6 .....	49
Tabel 27 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 4.2.3 .....	67

Tabel 28 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 4.2.5 .....	69
Tabel 29 Nilai dari $\mu_i(x)$ pada Contoh 4.2.7 .....	71

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tabel hasil asosiatif untuk setiap $x, y, z \in K$ terhadap operasi perkalian " $\cdot$ " .....	76
Lampiran 2. Tabel hasil asosiatif untuk setiap $x, y, z \in S_3$ terhadap operasi komposisi fungsi " $\circ$ " .....	77
Lampiran 3. Riwayat Hidup .....	85