



**KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA
PENGANGGURAN**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan dalam
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**OLEH :
RAIHANAH ABIYYAH JULIA LAVENITA
2111011320015**

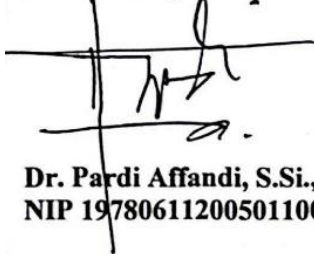
**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2025**

SKRIPSI
KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PENGANGGURAN

Oleh:
Raihanah Abiyah Julia Lavenita
2111011320015



telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 18 Juni 2025
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

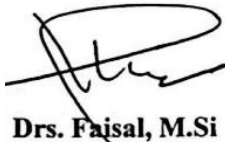


Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc
NIP 197806112005011001

Dosen Penguji:

1. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si ()
2. Dr. Muhammad Ahsar K, S.Si., M.Sc ()

Pembimbing II



Drs. Faisal, M.Si
NIP 196309021992031001

Banjarbaru, 21 Juli 2025

Jurusan Matematika FMIPA ULM

Ketua




Dr. Naimah Hijriati, S.Si., M.Si
NIP 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 22 Juli 2025



Raihanah Abiyah Julia. L

NIM. 2111011320015

ABSTRAK

KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PENGANGGURAN (Oleh: Raihanah Abiyyah Julia Lavenita; Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal, 2025; 75 halaman)

Pengangguran merupakan masalah sosial dan ekonomi yang sangat serius, baik di negara berkembang maupun di negara maju. Meningkatnya pengangguran disetiap negara berdampak pada pertumbuhan ekonomi. Salah satu penyebab pengangguran adalah ketidaksesuaian antara keterampilan yang dimiliki oleh para pencari kerja dengan pekerjaan yang tersedia. Oleh karena itu, perlu adanya strategi pengendalian yang efektif untuk mengatasi permasalahan tersebut. Model matematika yang digunakan untuk dinamika pengangguran terdiri dari dua kompartemen utama yaitu *Unemployed*/pengangguran (U), *Employed*/pekerja (E) dengan melibatkan media *Vacancies*/informasi lowongan pekerjaan (V). Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model dinamika pengangguran, menentukan kontrol optimal pada model dinamika pengangguran, serta melakukan simulasi numerik. Pada model matematika yang terbentuk diberikan satu variabel kontrol yaitu program pelatihan tenaga kerja atau kursus. Penyelesaian kontrol optimal pada model dinamika pengangguran dilakukan menggunakan prinsip maksimum Pontryagin. Prinsip tersebut diterapkan untuk memperoleh kondisi yang optimal pada model matematika dinamika pengangguran dan juga untuk memperoleh persamaan *state* dan persamaan *costate*, yang kemudian disimulasikan menggunakan *software* Matematika. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model dinamika pengangguran menggunakan kompartemen UE dengan melibatkan media V dan diperoleh kontrol optimal untuk model dengan satu variabel kontrol yaitu program pelatihan tenaga kerja atau kursus. Berdasarkan hasil simulasi numerik, variabel kontrol yang diterapkan menunjukkan bahwa program pelatihan tenaga kerja secara signifikan mengurangi jumlah individu pada subpopulasi *Unemployed* (U), dan meningkatkan jumlah individu pada subpopulasi *Employed* (E). Selain itu, penerapan program pelatihan tenaga kerja yang optimal juga membantu menurunkan biaya pengendalian tingkat pengangguran.

Kata Kunci: Pengangguran, Model dinamika pengangguran, Kontrol Optimal, Prinsip Maksimum Pontryagin.

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF MATHEMATICAL MODELS UNEMPLOYMENT DYNAMICS (By: Raihanah Abiyyah Julia Lavenita; Advisors: Pardi Affandi, Faisal, 2025; 75 page)

Unemployment is a very serious social and economic problem, both in developing and developed countries. Increasing unemployment in every country has an impact on economic growth. One of the causes of unemployment is the mismatch between the skills possessed by job seekers and the jobs available. Therefore, an effective control strategy is needed to overcome this problem. The mathematical model used for unemployment dynamics consists of two main compartments, namely Unemployed (U), Employed (E) by involving the media Vacancies/job vacancy information (V). The purpose of this study is to explain the formation of the unemployment dynamics model, determine the optimal control in the unemployment dynamics model, and conduct numerical simulations. In the mathematical model formed, one control variable is given, namely the workforce training program or course. The solution to optimal control in the unemployment dynamics model is carried out using the Pontryagin maximum principle. This principle is applied to obtain optimal conditions in the mathematical model of unemployment dynamics and also to obtain state equations and costate equations, which are then simulated using Mathematics software. The results of this study are the formation of an unemployment dynamics model using the UE compartment involving V media and obtaining optimal control for the model with one control variable, namely the workforce training program or course. Based on the results of numerical simulations, the applied control variables show that the workforce training program significantly reduces the number of individuals in the Unemployed (U) subpopulation, and increases the number of individuals in the Employed (E) subpopulation. In addition, the implementation of an optimal workforce training program also helps reduce the cost of controlling the unemployment rate.

Keywords: Unemployment, Unemployment dynamics model, Optimal Control, Pontryagin Maximum Principle.

PRAKATA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala nikmat, rahmat, hidayah, dan inayah-Nya yang tiada henti, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Kontrol Optimal Model Matematika Dinamika Pengangguran”. Sholawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita, *Nabi Muhammad Shallallahu`alaihi Wa Sallam*, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut setia beliau hingga akhir zaman. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa proses penyusunan skripsi ini tidak akan berjalan lancar tanpa dukungan, bantuan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. Kedua orang tua dan keluarga yang telah memberikan banyak cinta dan dukungan baik secara moril maupun materil serta doa yang tiada henti-hentinya, Kehadiran mereka dalam hidup penulis menjadi motivasi yang tak ternilai.
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Ketua jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
4. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Si dan Bapak Drs. Faisal, M.Si selaku dosen pembimbing tugas akhir yang telah membimbing dan mendampingi penulis hingga akhirnya skripsi ini dapat terselesaikan.
5. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku dosen penasihat akademik yang telah memberi bimbingan, dukungan, arahan, dan banyak motivasi selama masa perkuliahan.
6. Para Dosen Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat terutama dosen-dosen di Program Studi Matematika yang telah membekali penulis dengan ilmu yang bermanfaat selama perkuliahan.

7. sahabat-sahabat penulis yang selalu kebersamai dalam berbagai situasi, menjadi tempat berbagi suka dan duka, serta memberikan kebahagiaan di hari-hari sulit. Kehadiran mereka memberi arti dan warna dalam setiap proses yang penulis jalani.
8. Seluruh teman-teman mahasiswa matematika Angkatan 2021 Program Studi Matematika yang telah memberikan semangat maupun nasihat serta dukungan kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.
9. Diri saya sendiri yang telah berusaha berjuang sampai sejauh ini.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna masih terdapat kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru, 22 Juli 2025



Raihanah Abiyah Julia. L

NIM. 2111011320015

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $U(t)$: Jumlah individu pada usia angkatan kerja yang belum berkerja atau menganggur (*Unemployed*) tetapi aktif mencari kerja pada saat t.
- $E(t)$: Jumlah individu yang sedang bekerja (*Employed*) pada saat t
- $V(t)$: Jumlah informasi lowongan pekerjaan (*Vacancies*) yang tersedia pada saat t
- $\frac{dU}{dt}$: Perubahan jumlah individu *Unemployed* terhadap waktu
- $\frac{dE}{dt}$: Perubahan jumlah individu *Employed* terhadap waktu
- $\frac{dV}{dt}$: Perubahan jumlah *Vacancies* terhadap waktu
- Λ : Banyaknya jumlah pengangguran
- k : Laju perubahan dari individu yang menganggur menjadi berkerja.
- μ : Laju pengurangan pengangguran akibat migrasi dan kematian
- α : Laju pengurangan pekerja akibat pensiun, migrasi, dan kematian.
- β : Laju individu yang di PHK (pemutusan hubungan kerja) dan mengundurkan diri
- σ : Laju peningkatan informasi lowongan pekerjaan
- δ : Laju pengurangan informasi lowongan pekerjaan
- \mathcal{H} : Fungsi hamiltonian
- J : *Performance Index* (fungsi tujuan)
- p : Kontrol program pelatihan tenaga kerja atau kursus pada individu pengangguran
- Z_1 : Koefisien bobot biaya kerugian ekonomi akibat pengangguran
- Z_2 : Koefisien bobot biaya dari kontrol program pelatihan tenaga kerja atau kursus
- \min : Nilai Minimum

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGSAHAN.....	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Non-Linear	8
2.3 Metode Lagrange.....	8
2.4 Fungsi Hamiltonian	9
2.5 Kontrol Optimal.....	10
2.6 Prinsip Maksimum Pontryagin.....	11
2.7 Model <i>SI</i>	12
2.8 Pengangguran	13
2.10 Strategi Kontrol	14
2.11 Metode Runge Kutta Orde Empat	14
2.12 Metode <i>Forward-Backward</i>	15
BAB III METODE PENELITIAN	17
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1 Pembentukan Model Dinamika Pengangguran.....	19
4.2 Model Dinamika Pengangguran dengan Kontrol.....	23
4.3 Simulasi Numerik	30
4.3.1 Simulasi Numerik tanpa kontrol.....	31
4.3.2 Simulasi Numerik dengan kontrol.....	39
BAB V PENUTUP	63
5.1 Kesimpulan.....	63
5.2 Saran	64

DAFTAR PUSTAKA.....	65
RIWAYAT HIDUP.....	67

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	Diagram Kompartemen Model SI.....	12
Gambar 4. 1	Diagram kompartemen model dinamika pengangguran.....	20
Gambar 4. 2	Hasil Simulasi Persamaan (4.20)	38
Gambar 4. 3	Solusi Persamaan (4.21)	48
Gambar 4. 4	Nilai Kontrol Optimal $p(t)$ dan $p^*(t)$	50
Gambar 4. 5	Solusi state setelah diberi kontrol optimal.....	58
Gambar 4. 6	Dampak penerapan kontrol optimal $p^*(t)$	59
Gambar 4. 7	Hasil simulasi Persamaan 4.23.....	60
Gambar 4. 8	Perbandingan fungsi biaya.....	61

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Nilai Awal Model Dinamika Pengangguran	31
Tabel 4. 2 Parameter Model Dinamika Pengangguran.....	31
Tabel 4. 3 Hasil Simulasi Persamaan (4.20)	37
Tabel 4. 4 Solusi Simulasi Persamaan (4.21).....	46
Tabel 4. 5 Nilai Kontrol Optimal p dan $p^*(t)$	49
Tabel 4. 6 Solusi state setelah diberi kontrol optimal.....	57