



MODEL SVEIR PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN VAKSINASI

SKRIPSI

**Untuk memenuhi persyaratan
Dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

MAULIDA HARDIANTI

NIM 2111011120001

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2025**

LEMBAR PENGESAHAN

SKRIPSI

MODEL SVEIR PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN VAKSINASI

Oleh:

Maulida Hardianti

2111011120001

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 15 Mei 2025.

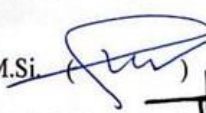
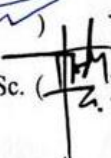
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
NIP. 198110102005012004

Dosen Penguji:

1. Drs. Faisal, M.Si. 
2. Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. 

Pembimbing II



Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc.
NIP. 198202082005011003

Banjarbaru,
Jurusan Matematika FMIPA ULM




Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.
NIP. 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 24 Juni 2025



Maulida Hardianti

NIM. 2111011120001

ABSTRAK

MODEL SVEIR PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN VAKSINASI
(Oleh: Maulida Hardianti; Pembimbing: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim, 2025; 112 halaman)

Penyakit campak atau dikenal dengan rubella atau *measles* merupakan salah satu jenis penyakit menular yang disebabkan oleh genus *Morbillivirus* dari keluarga *Paramyxoviridae*. Penyakit ini ditularkan melalui batuk, bersin, atau kontak langsung dengan individu terinfeksi. Penelitian ini membahas model matematika pada penyakit campak dengan vaksinasi. Penelitian ini merumuskan suatu model matematika untuk penyakit campak dengan membagi menjadi enam kompartemen, yaitu *Susceptible* (S), *Vaccinated pertama* (V_1), *Vaccinated kedua* (V_2), *Exposed* (E), *Infected* (I), dan *Recovered* (R). Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika SVEIR dengan vaksinasi dalam penyebaran penyakit campak, menentukan titik ekuilibrium, menganalisis kestabilan lokal di titik ekuilibrium, serta menganalisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0). Penelitian ini menggunakan beberapa metode yaitu *Next Generation Matrix*, linearisasi Kriteria Routh-Hurwitz, serta Runge Kutta orde Empat. Hasil penelitian ini, adalah terbentuknya model SVEIR dalam penyebaran penyakit campak dengan vaksinasi. Berdasarkan model yang terbentuk, terdapat dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Hasil analisis kestabilan dari titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal dengan bilangan reproduksi dasar kurang dari satu dan titik endemik stabil asimtotik lokal dengan bilangan reproduksi dasar lebih dari satu. Kemudian, hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter laju aktivasi virus dan Laju kesembuhan individu terinfeksi campak sangat sensitif terhadap perubahan nilai bilangan reproduksi dasar. Simulasi numerik disajikan dengan metode Runge-Kutta Orde Empat dan parameter yang memenuhi syarat kestabilan untuk menunjukkan solusi numerik dan mendukung penjelasan pada analisis kestabilan model.

Kata Kunci: Model Matematika, Campak, Analisis Kestabilan, Analisis Sensitivitas.

ABSTRACT

SVEIR MODEL ON MEASLES WITH VACCINATION (By: Maulida Hardianti;
Supervisors: Yuni Yulida, Muhammad Ahsar Karim, 2025; 112 pages)

Measles disease or known as rubella or measles is a type of infectious disease caused by the genus Morbillivirus from the family Paramyxoviridae. The disease is transmitted through coughing, sneezing or direct contact with an infected individual. This study discusses a mathematical model in measles with vaccination. This study formulated a mathematical model for measles by dividing it into six compartments, namely Susceptible (S), First Vaccinated (V_1), Second Vaccinated (V_2), Exposed (E), Infected (I), and Recovered (R). The purpose of this study is to explain the formation of the SVEIR mathematical model with vaccination in the spread of measles, determine the equilibrium point, analyze the local stability at the equilibrium point, and analyze the sensitivity of the basic reproductive number (\mathcal{R}_0). This study uses several methods namely Next Generation Matrix, linearization of the Routh-Hurwitz Criteria, and Runge Kutta of order Four. The result of this study is the formation of the SVEIR model in the spread of measles by vaccination. Based on the model formed, there are two equilibrium points, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The results of the stability analysis of the disease-free equilibrium point were local asymptotic stable with less than one base reproduction number and local asymptotic stable endemic point with more than one basic reproductive number. Then, the results of sensitivity analysis showed that the parameters of the virus activation rate and the recovery rate of measles-infected individuals were very sensitive to changes in the basic reproductive number values. Numerical simulations are presented with the Fourth-Order Runge-Kutta method and stability-qualified parameters to suggest numerical solutions and support explanations in the model's stability analysis.

Keywords: *Mathematical Models, Measles, Stability Analysis, Sensitivity Analysis.*

PRAKATA

Alhamdulillah rabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala rahmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis bisa menulis skripsi yang berjudul **“MODEL SVEIR PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN VAKSINASI”**. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut Beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Kedua orang tua penulis tercinta, yang selalu menjadi penyemangat, terimakasih atas segala doa, kasih sayang, dukungan, perhatian, serta cinta yang tiada henti hingga penulis mampu menyelesaikan studinya sampai meraih gelar sarjana.
2. Prof. Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati S.Si., M.Si. selaku Kepala Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
4. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Si. dan Bapak Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc., selaku pembimbing tugas akhir yang telah memberikan arahan, bimbingan, masukan, dan motivasi pada proses penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku dosen penasihat akademik atas arahan, bimbingan dan nasihat yang diberikan selama perkuliahan.

6. Bapak Drs. Faisal, M.Si. dan Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan, kritik, dan saran sehingga penyusunan skripsi ini menjadi semakin baik.
7. Seluruh Dosen dan Staf Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi serta bantuan baik selama masa perkuliahan maupun penyusunan skripsi ini.
8. Sahabat Penulis dari semester satu, Alfiani Sekar Melati dan Siti Hardiyanti Pertiwi yang senantiasa membantu, memberikan motivasi dan saran terbaik hingga penulis mampu menyelesaikan studinya.
9. Latifah Kamal, Noviani Syahragita, dan Muhammad Rangga Septyanoer selaku teman dekat penulis yang sudah menjadi *support system* terimakasih telah memberi dukungan dan semangat serta menghibur hingga penulis mampu menyelesaikan studinya.
10. Seluruh teman, dan rekan mahasiswa matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya kepada teman-teman angkatan 2021 dan teman-teman pemodelan matematika yang sangat saya banggakan telah memberikan bantuan, baik berupa saran, semangat maupun nasihat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru, 24 Juni 2025



Maulida Hardianti

Nim. 2111011120001

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S(t)$: Jumlah individu yang sehat tetapi rentan terinfeksi campak pada saat t
- $V_1(t)$: Jumlah individu yang sudah di beri vaksin pertama
- $V_2(t)$: Jumlah individu yang sudah di beri vaksin kedua
- $E(t)$: Jumlah individu yang memiliki gejala campak pada waktu t .
- $I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi campak pada waktu t
- $R(t)$: Jumlah individu yang sembuh dari infeksi campak pada waktu t
- $\frac{dS(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi campak pada waktu t
- $\frac{dV_1(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang divaksin pertama pada waktu t
- $\frac{dV_2(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang divaksin kedua pada waktu t
- $\frac{dE(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang memiliki gejala campak pada waktu t
- $\frac{dI(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terinfeksi campak pada waktu t
- $\frac{dR(t)}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sembuh dari infeksi campak pada waktu t
- $N(t)$: Total Populasi individu pada saat t
- μ : Laju kematian alami
- β : Laju kontak antara individu rentan dan terinfeksi
- η : Laju vaksinasi pertama
- ρ : Laju penurunan kekebalan vaksin pertama
- σ : Laju vaksinasi kedua
- ω : Laju individu yang divaksin kebal terhadap penyakit campak
- α : Laju perkembangan aktivasi virus
- γ : Laju kesembuhan individu terinfeksi campak

- P^0 : Titik ekuilibrium bebas penyakit
 P^* : Titik ekuilibrium endemik
 \mathcal{R}_0 : Bilangan Reproduksi Dasar
 J : Matriks Jacobian
 G : Matriks *Next Generation*
 λ : Nilai eigen
WHO : *World Health Organization*

DAFTAR ISI

ABSTRAK	ii
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Persamaan Diferensial.....	6
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	7
2.3 Titik Ekuilibrium.....	9
2.4 Analisis Kestabilan Lokal.....	9
2.5 Model Epidemik SEIR	16
2.6 Analisis Sensitivitas	17
2.7 Metode Runge- kutta Orde Empat	18
2.8 Penyakit Campak	18
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	21
3.1 Metode Penelitian.....	21
3.2 Prosedur Penelitian.....	21
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Pembentukan Model SVEIR.....	23
4.2 Titik Ekuilibrium dan Bilangan Reproduksi Dasar SVEI	31
4.3 Analisis Kestabilan Lokal di Titik Ekuilibrium.....	39
4.4 Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar.....	50

4.5 Simulasi Numerik SVEI dengan vaksinasi dalam Penyebaran Penyakit Campak.....	63
BAB V PENUTUP	96
5.1 Kesimpulan.....	96
5.2 Saran.....	97
DAFTAR PUSTAKA.....	98
LAMPIRAN	101

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Diagram alir model SEIR	16
Gambar 2. Diagram alir model SVEIR pada penyakit campak.....	25
Gambar 3 Variasi nilai β terhadap perubahan \mathcal{R}_0	60
Gambar 4 Variasi nilai η terhadap perubahan \mathcal{R}_0	60
Gambar 5 Variasi nilai ρ terhadap perubahan \mathcal{R}_0	61
Gambar 6 Variasi nilai <i>nilai</i> α terhadap perubahan \mathcal{R}_0	61
Gambar 7 Variasi nilai γ terhadap perubahan \mathcal{R}_0	62
Gambar 8 Variasi nilai σ terhadap perubahan \mathcal{R}_0	62
Gambar 9 Variasi nilai μ terhadap perubahan \mathcal{R}_0	63
Gambar 10 Simulasi numerik ekuilibrium bebas penyakit (P_0).....	74
Gambar 11 Simulasi numerik ekuilibrium Endemik (P^*)	86
Gambar 12. Pengaruh Variasi Parameter Laju kontak antara individu rentan dan terinfeksi	89
Gambar 13. Pengaruh Variasi Parameter Laju perkembangan aktivasi virus	92
Gambar 14. Pengaruh Variasi Parameter Laju vaksinasi pertama	95

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Rumus indeks sensitivitas pada setiap parameter	57
Tabel 4.2 Nilai parameter untuk titik ekuilibrium bebas penyakit (P_0).....	58
Tabel 4.3 Nilai Indeks sensitivitas	59
Tabel 4.4 Solusi numerik di titik Ekuilibrium Bebas Penyakit (P_0).....	73
Tabel 4.5 Nilai parameter untuk titik kesetimbangan endemik (P^*).....	75
Tabel 4.6 Solusi numerik pada Persamaan (4.59) di titik Ekuilibrium Endemik (P^*)....	85
Tabel 4.7 Variasi nilai parameter laju penularan penyakit (β).....	87
Tabel 4.8 Variasi nilai parameter laju aktivasi virus (α)	89
Tabel 4.9 Variasi nilai parameter laju vaksinasi pertama (η).....	92