



**MODEL SIS PADA DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT
MENULAR AKIBAT PENCEMARAN LINGKUNGAN**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
KHARIDAH AMELIA
NIM. 2211011320016**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2026**

LEMBAR PENGESAHAN

SKRIPSI

MODEL S/S PADA DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT MENULAR AKIBAT PENCEMARAN LINGKUNGAN

Oleh:
Kharidah Amelia
2211011320016

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 18 Agustus 2026
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I

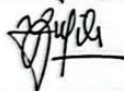


Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si, M.Sc.
NIP 198202082005011003

Dosen Penguji:

1. Dr. Pardi Affandi, S.Si, M.Sc.
()
2. Oni Soesanto, S.Si, M.Sc.
()

Pembimbing II



Dr. Yuni Yulida, S.Si, M.Sc.
NIP 198110102005012004

Banjarbaru, 26 Agustus 2026
Jurusan Matematika FMIPA ULM

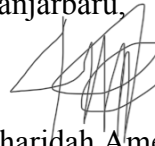


Ketua
Imah Hijriati, S.Si, M.Si
NIP 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis penulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru,



Kharidah Amelia

NIM. 2211011320016

*

ABSTRAK

MODEL SIS PADA DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT MENULAR AKIBAT PENCEMARAN LINGKUNGAN (Oleh: Kharidah Amelia; Pembimbing: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida)

Penyakit menular merupakan salah satu permasalahan utama dalam sistem kesehatan masyarakat yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, salah satunya adalah pencemaran lingkungan. Penyakit menular disebabkan oleh agen infeksi seperti virus, bakteri, atau parasit yang dapat ditularkan melalui kontak langsung dengan individu terinfeksi, melalui udara maupun melalui media perantara seperti air, makanan, dan lingkungan tercemar. Pencemaran lingkungan dapat meningkatkan kerentanan individu terhadap infeksi serta mempercepat laju penyebaran penyakit. Penelitian ini membahas model matematika penyebaran penyakit menular akibat pencemaran lingkungan menggunakan model SIS (*Susceptible-Infected-Susceptible*). Model yang dibentuk membagi populasi menjadi tiga kompartemen, yaitu *susceptible without pollution* (S_n), *infected* (I), dan *susceptible with pollution* (S_p). Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model SIS, menentukan titik ekuilibrium, menganalisis kestabilan lokal di titik ekuilibrium, serta menganalisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$. Metode yang digunakan dalam penelitian ini meliputi *Next Generation Matrix* untuk menentukan nilai $\mathcal{R}_0$, linearisasi sistem dan kriteria Routh-Hurwitz untuk analisis kestabilan, serta metode Runge-Kutta orde empat untuk simulasi numerik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal jika $\mathcal{R}_0 < 1$, sedangkan titik ekuilibrium endemik stabil jika $\mathcal{R}_0 > 1$. Kemudian hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter kematian alami memiliki pengaruh yang signifikan terhadap nilai $\mathcal{R}_0$. Simulasi numerik disajikan dengan metode Runge-Kutta untuk memperkuat hasil analisis teoritis yang menunjukkan bahwa peningkatan pencemaran lingkungan dapat meningkatkan jumlah individu yang terinfeksi dalam populasi.

Kata Kunci: Model SIS, Penyakit Menular, Pencemaran Lingkungan, Analisis Kestabilan, Analisis Sensitivitas

ABSTRACT

SIS MODEL ON INFECTIOUS DISEASE SPREAD DYNAMICS DUE TO ENVIRONMENTAL POLLUTION (By: Kharidah Amelia; Supervisors: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida)

Infectious diseases represent a major challenge in the public health system and are influenced by various factors, including environmental pollution. These diseases are caused by infectious agents such as viruses, bacteria, or parasites, which can be transmitted through direct contact with infected individuals, through the air, or via intermediate media such as water, food, and contaminated environments. Environmental pollution can increase an individual's susceptibility to infection and accelerate the transmission rate of the disease. This study discusses a mathematical model for the spread of infectious diseases caused by environmental pollution using the SIS (*Susceptible-Infected-Susceptible*) model. The constructed model divides the population into three compartments: *susceptible without pollution* (S_n), *infected* (I), and *susceptible with pollution* (S_p). The objectives of this research are to explain the formation of the SIS model, determine the equilibrium points, analyze the local stability at these equilibrium points, and conduct a sensitivity analysis of the basic reproduction number $\mathcal{R}_0$. The methods employed in this study include the *Next Generation Matrix* to determine the value of $\mathcal{R}_0$, system linearization and the Routh-Hurwitz criteria for stability analysis, and the fourth-order Runge-Kutta method for numerical simulation. The results indicate that the model has two equilibrium points: the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable if $\mathcal{R}_0 < 1$ while the endemic equilibrium point is stable if $\mathcal{R}_0 > 1$. Furthermore, the sensitivity analysis results show that the natural death have a significant influence on the $\mathcal{R}_0$ value. Numerical simulations presented using the Runge-Kutta method reinforce the theoretical analysis, demonstrating that an increase in environmental pollution can lead to an increase in the number of infected individuals within the population.

Keywords: SIS Model, Infectious Disease, Environmental Pollution, Stability Analysis, Sensitivity Analysis

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat, hidayah, inayah dan karunia-Nya. Sehingga penulis bisa menyelesaikan tugas akhir. Penyusunan tugas akhir ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Si. Selaku dosen pembimbing pertama tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. Selaku dosen pembimbing kedua yang telah membimbing dan banyak memberikan masukan serta motivasi dari awal hingga akhir penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh Dosen pengajar dan Staf Jurusan Matematika atas bantuan dan bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang cukup besar dalam pembelajaran perkuliahan, pelaksanaan penelitian dan penyusunan tugas akhir.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini.

Banjarbaru, 26 Agustus 2026



Kharidah Amelia

NIM. 2211011320016

ARTI LAMBANG

- S_n : Jumlah individu yang sehat tidak terdampak pencemaran tetapi rentan terinfeksi penyakit menular
- I : Jumlah individu yang terinfeksi penyakit menular pada saat t
- S_p : Jumlah individu yang sehat dan terdampak pencemaran sehingga sangat rentan terinfeksi penyakit menular
- $\frac{dS_n}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sehat tidak terdampak pencemaran tetapi rentan terinfeksi penyakit menular pada saat t
- $\frac{dI}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang terinfeksi penyakit menular pada saat t
- $\frac{dS_p}{dt}$: Perubahan jumlah individu yang sehat dan terdampak pencemaran pada saat t
- λ : Laju penularan penyakit untuk individu dalam kompartemen S_n
- λ' : Laju penularan penyakit untuk individu dalam kompartemen S_p
- ξ : Laju kesembuhan dari individu yang terinfeksi
- θ : Laju perpindahan individu yang rentan tanpa pencemaran ke dalam kompartemen individu yang terdampak pencemaran lingkungan
- μ : Laju kematian alami untuk semua individu
- δ : Tingkat pengaruh pencemaran lingkungan terhadap laju penularan
- A : Laju kelahiran
- ϕ : Laju kematian akibat penyakit terkait pencemaran lingkungan
- m : Proporsi bayi baru lahir
- P^0 : Titik ekuilibrium bebas penyakit
- P^* : Titik ekuilibrium endemik
- $\mathcal{R}_0$: Bilangan Reproduksi Dasar
- J : Matriks Jacobian
- G : Matriks *Next Generation*
- λ : Nilai eigen

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA	vi
ARTI LAMBANG	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.3 Titik Ekuilibrium	8
2.4 Analisis Kestabilan Lokal	8
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar R_0	12
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	14
2.7 Model Epidemi SIS	15
2.8 Analisis Sensitivitas	17
2.9 Metode Runge-Kutta Orde Empat	18
2.10 Penyakit Menular	19
2.11 Pencemaran Lingkungan	20
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	22
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	24
4.1 Pembentukan Model SIS	24
4.2 Titik Ekuilibrium dan Bilangan Reproduksi Dasar R_0	29

4.3	Analisis Kestabilan Lokal di Titik Bebas Penyakit.....	41
4.4	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Penyakit Menular Akibat Pencemaran Lingkungan	48
4.5	Analisis Sensitivitas Pada Bilangan Reproduksi Dasar R_0	71
BAB V PENUTUP		91
5.1	Kesimpulan.....	91
5.2	Saran.....	92
DAFTAR PUSTAKA.....		93

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1 Diagram Alir Model SIS	16
Gambar 2 Grafik S (Rentan).....	17
Gambar 3 Grafik I (Infeksi).....	17
Gambar 4 Diagram Alir Model S_n, I, S_p	26
Gambar 5 Simulasi Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	57
Gambar 6 Simulasi Titik Ekuilibrium Endemik.....	70
Gambar 7 Variasi nilai A terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	82
Gambar 8 Variasi nilai m terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	83
Gambar 9 Variasi nilai λ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	83
Gambar 10 Variasi nilai δ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	84
Gambar 11 Variasi nilai λ' terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	85
Gambar 12 Variasi nilai θ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	86
Gambar 13 Variasi nilai μ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	87
Gambar 14 Variasi nilai ξ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	88
Gambar 15 Variasi nilai ϕ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$	88

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4. 1 Nilai Parameter untuk Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	48
Tabel 4. 2 Solusi Numerik di Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	56
Tabel 4. 3 Nilai Parameter untuk Titik Ekuilibrium Endemik	59
Tabel 4. 4 Solusi Numerik di Titik Ekuilibrium Endemik	69
Tabel 4. 5 Rumus Indeks Sensitivitas Setiap Parameter	80
Tabel 4. 6 Nilai Parameter untuk Analisis Sensitivitas Terhadap $\mathcal{R}_0$	81
Tabel 4. 7 Nilai Indeks Sensitivitas terhadap $\mathcal{R}_0$	81