



**PENDEKATAN *LEAST SQUARES* UNTUK ESTIMASI  
PARAMETER PADA HUKUM MORTALITAS GOMPERTZ DAN  
MAKEHAM DALAM KONSTRUKSI TABEL MORTALITAS  
INDONESIA IV**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Statistika**

**Oleh  
ALYA NURHALIZA  
NIM. 2111017320016**

**PROGRAM STUDI S-1 STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
APRIL 2025**



**PENDEKATAN *LEAST SQUARES* UNTUK ESTIMASI PARAMETER  
PADA HUKUM MORTALITAS GOMPERTZ DAN MAKEHAM  
DALAM KONSTRUKSI TABEL MORTALITAS INDONESIA IV**

**SKRIPSI**

**Untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Statistika**

**Oleh  
ALYA NURHALIZA  
NIM. 2111017320016**

**PROGRAM STUDI S-1 STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
APRIL 2025**

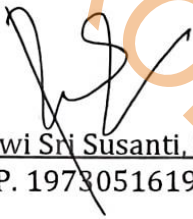
## SKRIPSI

### PENDEKATAN *LEAST SQUARES* UNTUK ESTIMASI PARAMETER PADA HUKUM MORTALITAS GOMPERTZ DAN MAKEHAM DALAM KONSTRUKSI TABEL MORTALITAS INDONESIA IV

Oleh  
**Alya Nurhaliza**  
NIM. 2111017320016

Telah dipertahankan pada hari Rabu, tanggal 23 April 2025 dan disetujui oleh dosen pembimbing dan dosen penguji sebagai berikut:

#### Pembimbing I



Dewi Sri Susanti, S.Si., M.Si  
NIP. 197305161999032002

#### Penguji I



Nur Salam, S.Si., M.Sc  
NIP. 197708132005011003

#### Pembimbing II



Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si  
NIP. 198804202014042001


#### Penguji II



Hermei Lissa, S.Pd., M.Si  
NIP. 199005222022032012

Banjarbaru, 30 April 2025  
Mengetahui,  
Koordinator Program Studi Statistika  
EMIPA ULM



  
Prof. Dewi Anggraini, S.Si., M.App.Sci., Ph.D  
NIP. 198303282005012001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Banjarbaru, 23 April 2025



Alya Nurhaliza

NIM. 2111017320016

PRODI STATISTIKA

## ABSTRAK

**Pendekatan Least Squares untuk Estimasi Parameter pada Hukum Mortalitas Gompertz dan Makeham dalam Konstruksi Tabel Mortalitas Indonesia IV** (Oleh: Alya Nurhaliza; Pembimbing: Dewi Sri Susanti dan Aprida Siska Lestia, 2025; 111 halaman)

Penyusunan tabel mortalitas yang akurat dan sesuai dengan kondisi aktual merupakan tantangan besar. Beberapa peneliti mengembangkan hukum mortalitas melalui pembentukan persamaan untuk menghitung peluang kematian yang relatif sederhana dengan hanya mempertimbangkan usia. Hukum Gompertz mempertimbangkan peningkatan risiko kematian seiring bertambahnya usia, begitu pula dengan hukum Makeham namun hukum Makeham menambahkan faktor risiko yang tidak bergantung pada usia. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan estimasi parameter fungsi peluang kematian pada hukum Gompertz dan hukum Makeham menggunakan metode *Least Squares*, baik yang tidak terboboti maupun terboboti. Proses estimasi dilakukan dengan meminimalkan fungsi kuadrat error dari persamaan peluang kematian untuk membentuk persamaan normal. Dalam penelitian ini didapatkan persamaan normal yang tidak dapat diselesaikan secara eksplisit, sehingga estimasi parameter diperoleh menggunakan pendekatan numerik dengan metode *Secant*. Hasil estimasi parameter kemudian digunakan untuk membangun tabel peluang kematian yang selanjutnya dibandingkan dengan data dari Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019. Evaluasi model dilakukan dengan menghitung *Mean Squared Error*. Berdasarkan hasil evaluasi, diperoleh model terbaik yaitu model Makeham dengan metode *Weighted Least Squares* dan bobot  $w_1$  menghasilkan MSE terkecil, yaitu sebesar 0.0001423178 untuk laki-laki dan 0.0002606468 untuk perempuan. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa model Makeham lebih baik dibandingkan model Gompertz dalam membangun tabel mortalitas menggunakan metode *Least Squares*.

Kata Kunci: Estimasi Parameter, *Least Squares*, Gompertz, Makeham, *Secant*, Tabel Mortalitas Indonesia

## ABSTRACT

**Least Squares Method for Parameter Estimation of Gompertz and Makeham Mortality Laws in the Construction of Indonesian Mortality Table IV** (By: Alya Nurhaliza; Supervisors: Dewi Sri Susanti and Aprida Siska Lestia, 2025; 111 page)

Developing accurate mortality tables that reflect real conditions is a major challenge. Some researchers have proposed mortality laws using relatively simple equations that consider only age. Gompertz's law accounts for the increasing risk of death with age, while Makeham's law adds age-independent risk factors. This study aims to estimate the parameters of the probability of death function in both Gompertz and Makeham laws using the Least Squares method, both unweighted (OLS) and weighted (WLS). The estimation process involves minimizing the squared error function of the mortality probability to form a normal equation. In this study, the resulting equation cannot be solved explicitly, a numerical approach using the Secant method is applied. The estimated parameters are then used to construct a mortality odds table, which is compared with data from the 2019 Indonesian Mortality Table IV. Model evaluation is conducted by calculating the Mean Squared Error (MSE). The results show that the best model is the Makeham model with the Weighted Least Squares method using weight  $w_1$ , yielding the lowest MSE: 0.0001423178 for males and 0.0002606468 for females. These findings indicate that the Makeham model outperforms the Gompertz model in constructing mortality tables using the Least Squares Method.

Keywords: Parameter Estimation, Least Squares, Gompertz, Makeham, Secant, Indonesian Mortality Table

## PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas rahmat, taufik, hidayah, dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan Tugas Akhir dengan judul "Pendekatan Least Squares untuk Estimasi Parameter pada Hukum Mortalitas Gompertz dan Makeham dalam Konstruksi Tabel Mortalitas Indonesia IV". Penulisan ini dilakukan dengan tujuan memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana di Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari adanya kesulitan dan hambatan dari segi penulisan maupun penyusunan kata-kata yang belum tersusun dengan baik dan hal lainnya. Namun, berkat dukungan dan bimbingan berbagai pihak, penulisan ini dapat diselesaikan dengan baik. Dengan tulus, penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu, khususnya kepada:

1. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan serta mendoakan untuk penyelesaian Tugas Akhir;
2. Ibu Dewi Sri Susanti, S.Si., M.Si dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran dalam pelaksanaan penelitian serta penyelesaian Tugas Akhir;
3. Bapak Nur Salam, S.Si., M.Sc dan Ibu Hermei Lissa, S.Pd., M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan, saran, dan bantuan dalam perbaikan penulisan Tugas Akhir;
4. Koordinator Program Studi Statistika FMIPA ULM beserta seluruh dosen dan staf yang telah memberikan ilmu, motivasi, nasihat, dan mendukung selama masa perkuliahan;
5. Teman-teman yang telah memberikan dukungan dan semangat kepada penulis selama penelitian maupun penyusunan penulisan Tugas Akhir, terutama kepada teman-teman "Outhentic", anggota grup "Rizky Billar", "Emg Agak Laen", dan "Coughvidnet";
6. Peran "Manusia Maret", Jaemin, Jenoo, Yushi, Xiaojun, Jaehyun dan seluruh member NCT yang telah membuat perkuliahan saya lebih berkesan.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan ini masih terdapat banyak kekurangan, untuk itu penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak untuk perbaikan dan kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih dan doa semoga kebaikan semua pihak yang berkontribusi mendapat balasan terbaik. Penulis juga bersyukur atas terselesaikannya penulisan ini. Semoga penulisan ini dapat bermanfaat, menambah wawasan, dan menjadi referensi yang berguna.

Banjarbaru, 23 April 2025

Alya Nurhaliza

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
PERNYATAAN .....	iii
ABSTRAK.....	iv
ABSTRACT .....	v
PRAKATA .....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR .....	viii
DAFTAR TABEL .....	ix
DAFTAR LAMPIRAN .....	x
DAFTAR ISTILAH, LAMBANG, DAN SINGKATAN .....	xi
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Tujuan Penelitian .....	3
1.4 Manfaat Penelitian .....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....	4
2.1 Kajian Penelitian Terdahulu .....	4
2.2 Kajian Teori .....	7
2.2.1 Fungsi Kelangsungan Hidup .....	7
2.2.2 Peluang Waktu Sisa Hidup .....	7
2.2.3 Laju Tingkat Kematian .....	8
2.2.4 Tabel Mortalitas.....	10
2.2.5 Hukum Mortalitas .....	12
2.2.6 Metode Least Squares .....	15
2.2.7 Metode <i>Secant</i> .....	16
2.2.8 <i>Mean Squared Error</i> .....	16
BAB III METODE PENELITIAN .....	19
3.1 Sumber Data.....	19
3.2 Variabel Penelitian.....	19
3.3 Prosedur Penelitian.....	20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....	22
4.1 Estimasi Parameter Model Mortalitas Gompertz .....	22
4.1.1 Menggunakan Metode <i>Ordinary Least Squares</i> .....	22
4.1.2 Menggunakan Metode <i>Weighted Least Squares</i> .....	30
4.2 Estimasi Parameter Model Mortalitas Makeham.....	35
4.2.1 Menggunakan Metode <i>Ordinary Least Squares</i> .....	35
4.2.2 Menggunakan Metode <i>Weighted Least Squares</i> .....	41
4.3 Model Terbaik.....	48
BAB V PENUTUP .....	50
5.1 Kesimpulan .....	50
5.2 Saran.....	51
DAFTAR PUSTAKA .....	52
LAMPIRAN.....	54
RIWAYAT HIDUP .....	99

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model Gompertz Tipe I .....	13
Gambar 2.2 Model Gompertz Tipe II.....	14
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian .....	21
Gambar 4.1 Grafik Perbandingan Nilai TMI $q_x$ dan Nilai Estimasi $q_x$ Model Gompertz dengan OLS.....	30
Gambar 4.2 Grafik Perbandingan Nilai TMI $q_x$ dan Nilai Estimasi $q_x$ Model Gompertz dengan WLS.....	34
Gambar 4.3 Grafik Perbandingan Nilai TMI $q_x$ dan Nilai Estimasi $q_x$ Model Makeham dengan OLS .....	41
Gambar 4.4 Grafik Perbandingan Nilai TMI $q_x$ dan Nilai Estimasi $q_x$ Model Makeham dengan WLS.....	47

PRODI STATISTIKA

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Daftar Variabel Penelitian .....	19
Tabel 4.1 Pendugaan Nilai Initial Model Gompertz dengan OLS Laki-laki.....	26
Tabel 4.2 Pendugaan Nilai Initial Model Gompertz dengan OLS Perempuan.....	27
Tabel 4.3 Estimasi Parameter Model Gompertz dengan OLS.....	28
Tabel 4.4 Proses Iterasi Model Gompertz dengan OLS Laki-laki .....	28
Tabel 4.5 Proses Iterasi Model Gompertz dengan OLS Perempuan .....	28
Tabel 4.6 Estimasi $q_x$ Model Gompertz dengan OLS.....	29
Tabel 4.7 Estimasi Parameter Model Gompertz dengan WLS Laki-laki.....	33
Tabel 4.8 Estimasi Parameter Model Gompertz dengan WLS Perempuan .....	33
Tabel 4.9 Estimasi Parameter Model Makeham dengan OLS .....	40
Tabel 4.10 Estimasi $q_x$ Model Makeham dengan OLS .....	41
Tabel 4.11 Estimasi Parameter Model Makeham dengan WLS Laki-laki .....	45
Tabel 4.12 Estimasi Parameter Model Makeham dengan WLS Perempuan.....	46
Tabel 4.13 Perbandingan Nilai MSE pada Setiap Model.....	48

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tabel Mortalitas Indonesia IV .....	54
Lampiran 2. Membentuk Persamaan Normal Gompertz .....	55
Lampiran 3. Membuktikan Bahwa Turunan Kedua Meminimalkan Fungsi Untuk Estimasi Parameter Gompertz.....	59
Lampiran 4. Membentuk Persamaan Normal Makeham.....	61
Lampiran 5. Membuktikan Bahwa Turunan Kedua Meminimalkan Fungsi Untuk Estimasi Parameter Makeham.....	67
Lampiran 6. Estimasi $q_x$ Model Gompertz dengan OLS.....	70
Lampiran 7. Estimasi $q_x$ Model Gompertz dengan WLS.....	71
Lampiran 8. Pendugaan Nilai Initial Model Makeham dengan OLS Laki-laki .....	74
Lampiran 9. Pendugaan Nilai Initial Model Makeham dengan OLS Perempuan.....	75
Lampiran 10. Proses Iterasi Model Makeham dengan OLS.....	76
Lampiran 11. Estimasi $q_x$ Model Makeham dengan OLS .....	77
Lampiran 12. Estimasi $q_x$ Model Makeham dengan WLS .....	78
Lampiran 13. MSE dari Model Gompertz dengan OLS .....	81
Lampiran 14. MSE dari Model Gompertz dengan WLS.....	81
Lampiran 15. MSE dari Model Makeham dengan OLS .....	82
Lampiran 16. MSE dari Model Makeham dengan WLS.....	82
Lampiran 17. <i>Syntax</i> RStudio .....	83

## DAFTAR ISTILAH, LAMBANG, DAN SINGKATAN

$X$	Variabel acak usia saat kematian
$T(x)$	Waktu sisa hidup individu berusia $x$ tahun
$S(x)$	Fungsi survival untuk individu berusia $x$ tahun
$F(x)$	Fungsi distribusi kumulatif waktu kematian
$f(x)$	Fungsi kepadatan peluang (pdf) pada usia $x$
${}_tq_x$	Peluang seseorang berusia $x$ tahun meninggal sebelum $x + t$ tahun
${}_tp_x$	Peluang seseorang berusia $x$ tahun hidup sebelum $x + t$ tahun
$\mu(x)$	Laju tingkat kematian pada usia $x$
$\mu(x + t)$	Laju kematian sisa hidup pada usia $x + t$ tahun
$x_i$	Vektor input atau variabel acak pada waktu $t$
$l_x$	Jumlah individu yang masih hidup pada usia $x$ tahun
${}_td_x$	Banyaknya orang yang berusia $x$ tahun meninggal sebelum mencapai usia $x + t$ tahun
$\theta$	Vektor parameter yang akan diestimasi
$Q(\theta)$	Fungsi objektif untuk metode <i>Ordinary Least Squares</i>
$Q_w(\theta)$	Fungsi objektif untuk metode <i>Weighted Least Squares</i>
$w_i$	Bobot pengamatan untuk <i>Weighted Least Squares</i>
$A, B, c$	Parameter pada hukum mortalitas Gompertz dan Makeham
$A$	Konstanta positif risiko kematian yang tidak bergantung pada faktor usia, tetapi karena faktor lain
$B$	Risiko kematian karena faktor usia
$c$	Laju pertumbuhan risiko kematian
$e_i$	Gagal atau <i>error</i>
$\theta_n, \theta_{n-1}$	Nilai perkiraan awal untuk iterasi metode <i>Secant</i>
$\varepsilon$	Nilai toleransi untuk iterasi metode <i>Secant</i>
$\Delta y / \Delta x$	Rasio perubahan fungsi pada metode <i>Secant</i>
AAJI	Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia
APV	<i>Actuarial Present Value</i>
ARE	<i>Average Relative Error</i>
CIR	<i>Cox Ingersoll Ross</i>
COI	<i>Cost of Insurance</i>
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i>
MB	<i>Mean Bias</i>
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i>
PAI	Persatuan Aktuaris Indonesia
TMI	Tabel Mortalitas Indonesia
UDD	<i>Uniformly Distribution of Death</i>
WLS	<i>Weighted Least Squares</i>