



**KONTROL OPTIMAL MODEL PENULARAN PENYAKIT MELIOIDOSIS
DENGAN KEBERSIHAN LINGKUNGAN DAN PENGOBATAN**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

**SITI HARDIYANTI PERTIWI
NIM. 2111011120005**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2025**

LEMBAR PENGESAHAN

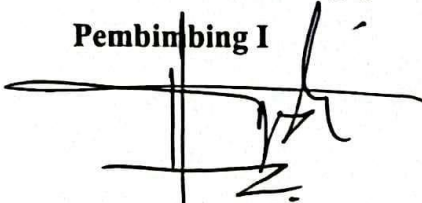
SKRIPSI

**KONTROL OPTIMAL MODEL PENULARAN PENYAKIT
MELIOIDOSIS DENGAN KEBERSIHAN LINGKUNGAN DAN
PENGOBATAN**

Oleh:
Siti Hardiyanti Pertiwi
2111011120005

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 20 Maret 2025
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I





Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.
NIP. 197806112005011001

Pembimbing II



Drs. Faisal, M.Si.
NIP. 196309021992031001

Dosen Penguji:

1. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. ()
2. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. ()

Banjarbaru, 23 April 2025

Jurusan Matematika FMIPA ULM




Dr. Naifah Hijriati, S.Si., M.Si.
NIP. 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 23 April 2025



Siti Hardiyanti Pertiwi
NIM. 2111011120005

ABSTRAK

KONTROL OPTIMAL MODEL PENULARAN PENYAKIT MELIOIDOSIS DENGAN KEBERSIHAN LINGKUNGAN DAN PENGOBATAN (Oleh: Siti Hardiyanti Pertiwi, Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal, 2025; 58 halaman)

Melioidosis merupakan penyakit menular pada manusia dan hewan yang disebabkan akibat adanya kontak dengan tanah, air dan partikel udara yang terkontaminasi oleh bakteri *Burkholderia Pseudomallei*. Bakteri ini dapat menginfeksi manusia dan berbagai jenis hewan. Dinamika penyebaran penyakit Melioidosis dapat direpresentasikan dengan model matematika. Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini terbagi dalam lima subpopulasi yaitu, subpopulasi *Susceptible*, subpopulasi *Exposed*, subpopulasi *Infected*, subpopulasi *Recovered* dan populasi bakteri (*bacteria*). Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model pada penyakit Melioidosis, menentukan kontrol optimal dan membuat simulasi numerik. Pada model yang terbentuk diberikan dua variabel kontrol yaitu kebersihan lingkungan dan pengobatan. Dalam menyelesaikan kontrol optimal digunakan Fungsi Hamiltonian dari performance index, Fungsi Lagrange dan Prinsip Maksimum Pontryagin. Prinsip tersebut digunakan untuk memperoleh kondisi yang optimal pada model penyebaran penyakit Melioidosis, serta untuk memperoleh persamaan *state* dan persamaan *costate*, yang disimulasikan menggunakan *software* MATLAB. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model SEIR-B dengan dua variabel kontrol yaitu kebersihan lingkungan dan pengobatan. Kemudian, berdasarkan hasil simulasi numerik, variabel-variabel kontrol yang diberikan secara signifikan dapat mengurangi jumlah individu pada subpopulasi *Exposed* dan subpopulasi *Infected*, serta dapat meningkatkan jumlah individu pada subpopulasi *Recovered*.

Kata Kunci: Melioidosis Model SEIR-B, Kontrol Optimal, Prinsip Maksimum Pontryagin.

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF MELIOIDOSIS DISEASE TRANSMISSION MODEL WITH ENVIRONMENTAL CLEANLINESS AND TREATMENT (By: Siti Hardiyanti Pertiwi, Supervisor: Pardi Affandi, Faisal, 2025; 58 pages)

Melioidosis is an infectious disease in humans and animals caused by contact with soil, water and air particles contaminated by the bacteria *Burkholderia Pseudomallei*. This bacteria can infect humans and various types of animals. The dynamics of the spread of Melioidosis disease can be represented by a mathematical model. The mathematical model used in this study is divided into five subpopulations, namely, the *Susceptible* subpopulation, the *Exposed* subpopulation, the *Infected* subpopulation, the *Recovered* subpopulation and the bacterial population (*bacteria*). The purpose of this study is to explain the formation of a model for Melioidosis disease, determine optimal control and create numerical simulations. In the model formed, two control variables are given, namely environmental cleanliness and treatment. In solving optimal control, the Hamiltonian Function of the performance index, the Lagrange Function and the Pontryagin Maximum Principle are used. This principle is used to obtain optimal conditions in the Melioidosis disease spread model, as well as to obtain state equations and costate equations, which are simulated using MATLAB *software*. The results of this study are the formation of the SEIR-B model with two control variables, namely environmental cleanliness and treatment. Then, based on the results of the numerical simulation, the control variables provided can significantly reduce the number of individuals in the *Exposed* and *Infected* subpopulations, and can increase the number of individuals in the *Recovered* subpopulation.

Keywords: Melioidosis, SEIR-B Model, Optimal Control, Pontryagin's Maximum Principle

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahu wa ta'ala yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Kontrol Optimal Model Penularan Penyakit Melioidosis Dengan Kebersihan Lingkungan Dan Pengobatan”. Tidak lupa pula shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad *sallallahu alaihi wasallam* beserta keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini disusun untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis yaitu Bapak Hardiansyah dan Ibu Siti Khadijah, yang selalu memberikan dukungan, doa, nasehat, motivasi, kasih sayang dan pengertian serta kesabaran yang sangat luar biasa dalam menemani penulis di setiap langkah hidupnya.
2. Adik penulis yaitu, Linda Septiana Pertiwi yang selalu memberikan dukungan, doa dan kasih sayang kepada penulis.
3. Bapak Prof. Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
4. Ibu Dr. Naimah Hijriati, S.Si., M.Sc. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

5. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. dan Bapak Drs. Faisal., M.Si., selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing serta memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini dari awal sampai akhir.
6. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini.
7. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku dosen penasihat akademik yang telah memberikan bimbingan, dukungan dan banyak motivasi selama masa perkuliahan.
8. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Program Studi Matematika yang sudah memberikan ilmunya, serta memberikan arahan dan bantuan dalam kelengkapan administrasi dalam rangka mendukung penulisan dan penyusunan skripsi ini.
9. Sahabat penulis, Alfiani Sekar Melati dan Maulida Hardianti yang telah kebersamaian selama masa perkuliahan.
10. Seluruh keluarga, sahabat, teman, kakak asuh, dan rekan mahasiswa terutama “Mathraveler’s” Angkatan 2021, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama pelaksanaan penelitian hingga penyusunan skripsi ini terselesaikan

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru, 23 April 2025



Siti Hardiyanti Pertiwi
NIM. 2111011120005

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Simbol	Arti
$S(t)$: Jumlah subpopulasi yang sehat tetapi rentan terinfeksi Melioidosis (<i>Subsceptible</i>) pada saat t
$E(t)$: Jumlah subpopulasi yang terpapar Melioidosis (<i>Exposed</i>) pada saat t
$I(t)$: Jumlah subpopulasi individu yang terinfeksi penyakit Melioidosis (<i>Infected</i>) pada saat t
$R(t)$: Jumlah subpopulasi individu yang sembuh (<i>Recovered</i>) pada saat t
$B(t)$: Media bakteri terjadi dari subpopulasi individu yang terpapar dan terinfeksi melioidosis
$\frac{dS}{dt}$: Perubahan jumlah subpopulasi yang sehat tetapi rentan terinfeksi Melioidosis (<i>Susceptible</i>) terhadap waktu
$\frac{dE}{dt}$: Perubahan jumlah subpopulasi yang terpapar Melioidosis (<i>Exposed</i>) terhadap waktu
$\frac{dI}{dt}$: Perubahan jumlah subpopulasi individu yang terinfeksi penyakit Melioidosis (<i>Infected</i>) terhadap waktu
$\frac{dR}{dt}$: Perubahan jumlah subpopulasi individu yang sembuh (<i>Recovered</i>) terhadap waktu
$\frac{dB}{dt}$: Perubahan media bakteri terhadap waktu
Λ	: Laju individu yang baru lahir
β	: Laju penularan penyakit
μ	: Laju kematian alami
γ	: Laju individu yang terpapar menjadi terinfeksi
d	: Laju kematian akibat penyakit
σ	: Laju peningkatan bakteri
η	: Laju kematian bakteri
ϕ	: Laju individu terinfeksi menjadi sembuh

- u_1 : Kontrol kebersihan lingkungan
- u_2 : Kontrol pengobatan
- u_1^* : Kontrol kebersihan lingkungan yang optimal
- u_2^* : Kontrol pengobatan yang optimal
- M_1 : Koefisien bobot jumlah dari individu terpapar (*Exposed*)
- M_2 : Koefisien bobot jumlah dari individu terinfeksi (*Infected*)
- M_3 : Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol kebersihan lingkungan
- M_4 : Koefisien bobot biaya yang dikenakan pada kontrol pengobatan
- \mathcal{H} : Fungsi Hamiltonian
- λ : Pengali Lagrange

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear	7
2.3 Fungsi Lagrange	8
2.4 Fungsi Hamiltonian	8
2.5 Kontrol Optimal	9
2.6 Prinsip Maksimum Pontryagin	9
2.7 Model Epidemik	10
2.8 Melioidosis	12
2.9 Strategi Kontrol	13
2.9.1 Kebersihan Lingkungan.....	13
2.9.2 Pengobatan.....	14
2.10 Metode <i>Forward-Backward</i> Runge-Kutta Orde Empat	14
BAB III METODE PENELITIAN	16
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	17

4.1	Pembentukan Model SEIR-B	17
4.2	Model SEIR-B dengan Kontrol	21
4.3	Simulasi Numerik	27
BAB V PENUTUP		46
5.1	Kesimpulan	46
5.2	Saran	47
DAFTAR PUSTAKA		48
LAMPIRAN		51
RIWAYAT HIDUP		58

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Alir Model SEIR	11
Gambar 4.1 Diagram Alir Model SEIR-B	18
Gambar 4.2 Hasil Simulasi Model SEIR-B Tanpa Kontrol.....	36
Gambar 4.3 Hasil Simulasi Model SEIR-B dengan Kontrol.....	38
Gambar 4.4 Hasil Simulasi Numerik Pengali Lagrange.....	40
Gambar 4.5 Kontrol Optimal u_1^* dan u_2^*	43
Gambar 4.6 Plot Fungsi Tujuan Terhadap Kontrol.....	44

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Parameter Model SEIR-B dan Nilainya	28
Tabel 4.2 Nilai awal untuk simulasi kontrol optimal.....	28
Tabel 4.3 Solusi Numerik Tanpa Kontrol	35
Tabel 4.4 Hasil Simulasi Numerik Persamaan <i>State</i>	37
Tabel 4.5 Hasil Simulasi Numerik Pengali Lagrange.....	39
Tabel 4.6 Nilai u_1^* dan u_2^*	42