



KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

ANGELINA NOVRYANCE TARAPANG

NIM. 2111011220007

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2026



KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

ANGELINA NOVRYANCE TARAPANG

NIM. 2111011220007

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2026

LEMBAR PENGESAHAN

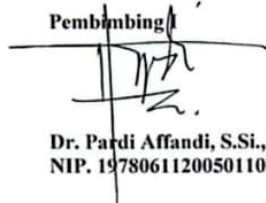
SKRIPSI

KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI

Oleh:
Angelina Novryance Tarapang
2111011220007

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada Jumat tanggal 19 Juni 2026
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc, CIT
NIP. 197806112005011001

Dosen Penguji:

1. Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc (S)
2. Oni Soesanto, S.Si., M.Si (S)

Pembimbing II



Drs. Faisal, M.Si
NIP. 196309021992031001

Banjarbaru, 17 Juli 2026
Jurusan Matematika FMIPA ULM
Ketua,



Dr. Na'imah Hijriati., S.Si, M.Si
NIP. 197911227008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 17 Juli 2026

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'AR' followed by a stylized flourish and the letters 'nu'.

Angelina Novryance Tarapang

NIM. 2111011220007

ABSTRAK

KENDALI OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI (Oleh: Angelina Novryance Tarapang; Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal, 2026; 151 halaman)

Korupsi merupakan salah satu permasalahan yang memberikan dampak negatif terhadap berbagai aspek kehidupan, baik di bidang ekonomi, sosial, maupun politik. Untuk memahami dinamika penyebaran perilaku korupsi serta menentukan strategi pengendalian yang efektif, penelitian ini mengembangkan model matematika penyebaran korupsi menggunakan pendekatan kompartemen *SECRH* yang terdiri atas lima subpopulasi, yaitu *Susceptible* (*S*), *Exposed* (*E*), *Corrupted* (*C*), *Recovered* (*R*), dan *Honest* (*H*). Model kemudian dikembangkan menjadi model kendali optimal dengan dua variabel kontrol, yaitu sosialisasi antikorupsi sebagai upaya preventif dan penegakan hukum sebagai upaya represif. Penentuan kontrol optimal dilakukan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin, sedangkan simulasi numerik diselesaikan menggunakan metode *Runge–Kutta* Orde Empat. Hasil penelitian menunjukkan bahwa berhasil dikonstruksi model matematika penyebaran korupsi dengan dan tanpa kendali optimal serta diperoleh karakterisasi kontrol optimal untuk kedua variabel kontrol. Simulasi numerik pada tiga skenario menunjukkan bahwa kontrol sosialisasi antikorupsi maupun kontrol penegakan hukum sama-sama mampu menurunkan jumlah individu pada subpopulasi *Corrupted*. Penerapan kedua kontrol secara bersamaan menghasilkan penurunan jumlah individu korup yang sangat cepat, namun menghasilkan nilai negatif pada subpopulasi *Honest* sehingga kurang sesuai dengan interpretasi model. Berdasarkan evaluasi nilai fungsi objektif, kombinasi kontrol yang memberikan nilai minimum diperoleh pada penerapan kontrol penegakan hukum secara penuh ($u_2 = 1$) tanpa penerapan kontrol sosialisasi antikorupsi ($u_1 = 0$), dengan nilai fungsi objektif sebesar 475,6703. Hasil tersebut menunjukkan bahwa, berdasarkan model yang dikembangkan, penegakan hukum merupakan strategi pengendalian yang paling optimal karena mampu memberikan keseimbangan terbaik antara efektivitas pengendalian dan biaya implementasi kontrol.

Kata Kunci: Korupsi, Model Matematika, Kontrol Optimal, Prinsip Maksimum Pontryagin, Simulasi Numerik

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL IN A MATHEMATICAL MODEL OF CORRUPTION

(By: Angelina Novryance Tarapang; Advisors: Pardi Affandi, Faisal, 2026; 151 page)

Corruption is one of the problems that has negative impacts on various aspects of life, including the economic, social, and political spheres. To understand the dynamics of the spread of corrupt behavior and to determine effective control strategies, this study develops a mathematical model of the spread of corruption using a compartmentalized approach consisting of five subpopulations: Susceptible (S), Exposed (E), Corrupted (C), Recovered (R), and Honest (H). The model was then developed into an optimal control model with two control variables: anti-corruption socialization as a preventive measure and law enforcement as a repressive measure. The optimal control was determined using the Pontryagin Maximum Principle, while numerical simulations were performed using the Fourth-Order Runge-Kutta method. The results show that a mathematical model of corruption spread was successfully constructed with and without optimal control, and that the optimal control characteristics were obtained for both control variables. Numerical simulations across three scenarios indicate that both anti-corruption socialization and law enforcement controls are equally effective at reducing the number of individuals in the Corrupted subpopulation. Applying both controls simultaneously resulted in a very rapid decrease in the number of corrupt individuals, but produced a negative value for the "Honest" subpopulation, making it less consistent with the model's interpretation. Based on an evaluation of the objective function value, the combination of controls that yields the minimum value is achieved by fully implementing law enforcement controls ($u_2 = 1$) without implementing anti-corruption awareness controls ($u_1 = 0$), resulting in an objective function value of 475,6703. These results indicate that, based on the developed model, law enforcement is the most optimal control strategy because it provides the best balance between control effectiveness and the costs of implementing the controls.

Keywords: Corruption, Mathematical Model, Optimal Control, Pontryagin's Maximum Principle, Numerical Simulation.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan segala rahmat dan karuniaNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **“KONTROL OPTIMAL PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI”** yang merupakan salah satu persyaratan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Karena itu, kritik dan saran akan senantiasa penulis terima dengan senang hati. Dengan segala keterbatasan, penulis menyadari pula bahwa skripsi ini takkan terwujud tanpa bantuan, bimbingan, doa, dan dorongan dari berbagai pihak. Untuk itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Ir. Sunardi, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat yang telah memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis agar bisa menyelesaikan skripsi dengan baik dan tepat waktu.
3. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing pertama sekaligus dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, masukan dan motivasi kepada penulis sehingga skripsi dapat terselesaikan.
4. Bapak Drs. Faisal, M.Si. selaku dosen pembimbing dua yang telah membantu dan membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Bapak Oni Soesanto, S.Si., M.Si. selaku penguji satu dan penguji dua yang telah memberikan nasehat dan masukan dalam penyusunan skripsi.
6. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam penyusunan skripsi.
7. Keluarga tercinta, Papa, Mama, serta adikku yang telah memberikan dukungan dan nasihat kepada penulis baik spirit maupun materi.

8. Seluruh keluarga, sahabat, dan kerabat yang telah memberikan motivasi, saran maupun kritik kepada penulis dalam penyusunan skripsi.
9. Rekan - rekan mahasiswa/i program studi Matematika angkatan 2021, yang telah membantu dan mendukung penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga semua jasa yang telah diberikan mendapat balasan dari Tuhan Yang Maha Esa. Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini berguna bagi para pembaca.

Banjarbaru, 17 Juli 2026



Angelina Novryance Tarapang
NIM. 2111011220007

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Simbol	Arti
$S(t)$	: Jumlah individu yang rentan terhadap korupsi pada saat t
$E(t)$	: Jumlah individu yang terpapar korupsi (belum terlibat secara langsung) pada saat t
$C(t)$	: Jumlah individu yang terlibat dalam korupsi pada saat t
$R(t)$	: Jumlah individu yang berhenti dari praktik korupsi pada saat t
$H(t)$	: Jumlah individu yang jujur pada saat t
Λ	: Laju rekrutmen individu baru ke dalam subpopulasi rentan (S)
μ	: Laju kematian alami dalam populasi
β	: Tingkat interaksi yang memengaruhi individu rentan untuk ikut melakukan korupsi
p	: Probabilitas individu rentan menjadi terpapar setelah berinteraksi dengan individu yang melakukan korupsi
δ	: Laju perpindahan individu terpapar menuju subpopulasi yang melakukan korupsi atau subpopulasi yang berhenti dari praktik korupsi
α	: Probabilitas individu terpapar menjadi individu yang melakukan korupsi
σ	: Laju pemulihan dari individu yang melakukan korupsi menjadi berhenti
ε	: Laju kembalinya individu yang berhenti dari praktik korupsi menjadi rentan
κ	: Laju transisi individu rentan menjadi jujur
θ	: Probabilitas individu yang berhenti dari praktik korupsi menjadi jujur
$u_1(t)$	: Variabel kontrol berupa kampanye/sosialisasi anti-korupsi untuk individu rentan atau terpapar pada saat t
$u_2(t)$	: Variabel kontrol berupa penindakan hukum/pengawasan terhadap individu yang sudah terlibat korupsi pada saat t
J	: Fungsi objektif (biaya total) yang diminimalkan dalam kendali optimal

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN.....	iv
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	vi
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR TABEL	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensial.....	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	5
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear.....	7
2.3 Metode Lagrange	7
2.4 Fungsi Lagrange dan Hamiltonian dalam Masalah Kontrol Optimal	8
2.5 Prinsip Maksimum Pontryagin.....	9
2.6 Model Epidemik SEIR.....	12
2.7 Penyebaran Korupsi	13
2.8 Strategi Kontrol.....	14
2.8.1 Sosialisasi Antikorupsi.....	14
2.8.2 Penindakan Hukum terhadap Pelaku Korupsi.....	15
2.9 Metode Runge-Kutta Orde 4.....	16

2.9.1 Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 pada Sistem <i>State</i> dan <i>Costate</i>	16
2.9.2 Skema <i>Forward-Backward</i> pada Metode Runge-Kutta Orde Empat.	17
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	19
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	62
4.1 Model Matematika Penyebaran Korupsi	62
4.2 Kontrol Optimal Model Penyebaran Korupsi	67
4.2.1 Persamaan <i>State</i>	73
4.2.2 Persamaan <i>Costate</i>	74
4.2.3 Kondisi Stasioner	76
4.3 Simulasi Numerik	77
4.3.1 Simulasi Model Tanpa Kontrol	78
4.3.2 Simulasi Model dengan Kontrol Optimal	88
4.3.2.1 Simulasi Numerik dengan Kontrol Sosialisasi Antikorupsi	90
4.3.2.2 Simulasi Numerik dengan Kontrol Penegakan Hukum	95
4.3.2.3 Simulasi Numerik dengan Dua Penerapan Kontrol	100
4.3.2.4 Penentuan Kontrol Optimal Berdasarkan Nilai Fungsi Objektif	106
4.3.2.5 Simulasi Numerik Menggunakan Kontrol Optimal	107
4.3.3 Perbandingan Efektivitas Penerapan Kontrol Optimal	109
BAB V KESIMPULAN	111
5.1 Kesimpulan	111
5.2 Saran	112
DAFTAR PUSTAKA	113
LAMPIRAN	115