



**KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PASCA  
PERCERAIAN**

**SKRIPSI**

**untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**ANDRIYANI SETYANINGSIH**

**NIM. 2011011120003**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU**

**2024**

# LEMBAR PENGESAHAN

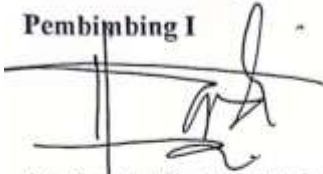
## SKRIPSI

### KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PASCA PERCERAIAN

Oleh:  
**Andriyani Setyaningsih**  
2011011120003



telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 13 Agustus 2024  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing I



Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc  
NIP 197806112005011001

#### Dosen Penguji:

1. Aprida Siska Lestia, S.Si., M.Si. ()
2. Thresye, S. Si., M. Si. ()


#### Pembimbing II



Drs. Faisal, M.Si  
NIP 196309021992031001



23 Agustus 2024  
Studi Matematika FMIPA ULM

  
Muhammad Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP 197911222008012013

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 25 Agustus 2024



Andriyani Setyaningsih

NIM. 2011011120003

## ABSTRAK

**KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PASCA PERCERAIAN** (Oleh: Andriyani Setyaningsih; Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal, 2024, 70 halaman)

Perceraian merupakan lepasnya ikatan pernikahan antara seorang pria dengan seorang wanita sebagai suami-isteri. Penelitian ini, mengusulkan model matematika untuk menguji dampak konseling dalam kasus perceraian. Trauma pasca perceraian yang berhubungan dengan perceraian memaksa individu untuk mencari bantuan melalui konseling. Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika untuk meminimalkan trauma pasca perceraian melalui konseling, menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangan model, menggunakan kontrol optimal menggunakan pihak eksternal dan membuat simulasi. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model matematika dari sistem persamaan diferensial yaitu DHC. Berdasarkan model tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu, titik kesetimbangan bebas perceraian dan kesetimbangan adanya perceraian. Selanjutnya, diperoleh bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode Next Generation Matrix dan analisis kestabilan model menggunakan metode Linerisasi dan Kriteria Routh-Hurwitz. Hasil analisis kestabilan di titik kesetimbangan bebas perceraian stabil asimtotik lokal dengan syarat  $\mathcal{R}_0 < 1$  dan analisis kestabilan di titik kesetimbangan adanya perceraian adalah stabil asimtotik lokal dengan syarat  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Pada model diperoleh bentuk kontrol pada dinamika perceraian dengan bantuan peran eksternal. Dalam menentukan kontrol optimal digunakan Fungsi Hamiltonian dari performance index, metode Lagrange dan Prinsip Maksimum Pontryagin. Selanjutnya, solusi numerik dari kontrol optimal menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4, sehingga didapatkan fungsi kontrol yang optimal pada dinamika perceraian.

**Kata Kunci** : Perceraian, model DHC , Konseling , Analisis Kestabilan, Kontrol Optimal.

## ABSTRACT

**OPTIMAL CONTROL OF MATHEMATICAL MODELS OF POST-DIVORCE DYNAMICS** (by : Andriyani Setyaningsih, Pembimbing: Pardi Affandi, Faisal, 2024, 70 pages)

Divorce represents the dissolution of marriage between a man and a woman as husband and wife. This study proposes a mathematical model to assess the impact of counseling in divorce cases. Post-divorce trauma associated with divorce forces individuals to seek help through counseling. The aim of this research is to develop a mathematical model to minimize post-divorce trauma through counseling, analyze the stability of the equilibrium points of the model, employ optimal control using external factors, and conduct simulations. The outcome of this research is the formation of a mathematical model of a system of differential equations, namely DHC. Based on this model, two equilibrium points are identified: the equilibrium point without divorce and the equilibrium point with divorce. Furthermore, the basic reproduction number is obtained using the Next Generation Matrix method, and stability analysis of the model is performed using Linearization and Routh-Hurwitz Criteria. The stability analysis at the equilibrium point without divorce shows asymptotically stable local stability under the condition  $\mathcal{R}_0 < 1$ , whereas at the equilibrium point with divorce, it shows asymptotically stable local stability under the condition  $\mathcal{R}_0 > 1$ . The model reveals a form of control in the dynamics of divorce with the assistance of external intervention. In determining optimal control, the Hamiltonian function of the performance index, Lagrange method, and Pontryagin's Maximum Principle are employed. Furthermore, numerical solutions for optimal control are obtained using the 4th Order Runge-Kutta Method, resulting in the optimal control function in the dynamics of divorce.

**Keywords** : Divorce, DHC model, Counseling, Stability Analysis, Optimal Control

## PRAKATA

Alhamdulillah, segala puji syukur senantiasa penulis panjatkan ke hadirat Allah *subhanahu wa ta'ala* yang telah memberikan atas segala berkah, rahmat, petunjuk karunia-Nya sehingga penulis mampu untuk melaksanakan dan menyelesaikan skripsi yang berjudul **“KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA DINAMIKA PASCA PERCERAIAN”**. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas MIPA Universitas Lambung Mangkurat.

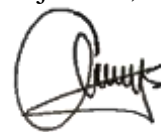
Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam terwujudnya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, kerjasama, maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
2. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si, M.Sc selaku dosen pembimbing satu dan Drs. Faisal, M.Si selaku dosen pembimbing dua dalam penyusunan skripsi yang telah memberikan arahan dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Aprida Siska Lestia, S.Si, M.Si dan Thresye, S.Si, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan nasihat dan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi selama perkuliahan.
6. Dosen-dosen pengajar program studi matematika atas bantuan dan bimbingan, serta kepercayaan dan motivasi yang sangat besar dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.

7. Ibu Manisem selaku nenek penulis tercinta yang telah merawat mulai bayi hingga dewasa dan diizinkan merantau ke Kalimantan untuk mendapatkan pendidikan ke jenjang lebih tinggi lagi. Terima kasih atas setiap kasih sayang, doa, nasihat, ilmu kehidupan, serta atas kesabarannya yang tiada batas dalam setiap langkah hidup penulis, yang merupakan anugerah terbesar dari Allah subhanhu wa Ta'ala.
8. Orang tua penulis Bapak Slamet Kasiyono dan Ibu Purwaningsih yang telah memberikan dukungan, pengertian, doa dan diberikan kepercayaan lagi untuk merantau lagi jauh dari kalian.
9. Sapto Agung Priyanto dan Priyo Setyo Kusumo selaku adik terakhir dari kedua orang tua penulis yang selama ini telah berperan layaknya kaka kandung penulis. Terima kasih telah membawa pengaruh besar dengan segala arahan, motivasi, pengertian dan sebagai teman curhat penulis yang selalu siap mendengarkan dan memberikan solusi.
10. Seluruh keluarga besar tersayang yang senantiasa memberikan dukungan dan doa dalam penyelesaian skripsi ini.
11. Seluruh sahabat, teman, dan rekan mahasiswa Matematika FMIPA ULM, khususnya teman-teman "Axios" angkatan 2020 serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa masukan, saran, maupun nasehat kepada penulis selama proses penulisan skripsi ini.

Skripsi ini telah diupayakan agar tersaji dengan sempurna, namun karena keterbatasan yang dimiliki penulis, kemungkinan masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan sesuatu yang bermanfaat bagi semua pihak yang membacanya.

Banjarbaru, 25 Agustus 2024



Andriyani Setyaningsih  
NIM. 2011011120003

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $D(t)$  : Jumlah individu berstatus cerai hidup yang rentan mengalami trauma pasca perceraian pada suatu waktu ( $t$ )
- $H(t)$  : Jumlah individu yang mengalami trauma pasca perceraian pada suatu waktu ( $t$ )
- $C(t)$  : Jumlah individu yang mengikuti konseling pada suatu waktu ( $t$ )
- $\frac{dD(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu berstatus cerai hidup yang rentan mengalami trauma pasca perceraian pada suatu waktu ( $t$ )
- $\frac{dH(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang mengalami trauma pasca perceraian pada suatu waktu ( $t$ )
- $\frac{dC(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang mengikuti konseling pada suatu waktu ( $t$ )
- $N(t)$  : Jumlah total subpopulasi
- $p$  : Tingkat masuknya individu yang baru berstatus cerai
- $a$  : Tingkat kematian yang bukan disebabkan dalam proses kasus perceraian
- $\delta$  : Tingkat individu yang kembali ke status rentan trauma setelah konseling
- $\beta$  : Tingkat individu yang mengalami trauma pasca perceraian
- $\gamma$  : Tingkat partisipasi individu yang mengalami trauma pasca perceraian ke dalam subpopulasi konseling untuk mengatasi trauma setelah cerai
- $k$  : Tingkat individu yang kembali mengalami kesulitan setelah konseling
- $\alpha$  : Tingkat individu yang sembuh dari trauma pasca perceraian setelah konseling
- $E_0$  : Titik kesetimbangan bebas trauma pasca perceraian
- $E^*$  : Titik kesetimbangan adanya trauma pasca perceraian
- $J$  : Matriks Jacobian
- $\lambda$  : Nilai eigen
- $\mathcal{R}_0$  : Bilangan reproduksi dasar
- $G$  : Matriks Next Generation

- $J(u)$  : *Performance index* (fungsi tujuan)  
 $u^*$  : kontrol peran hakim melalui konseling atau mediasi  
 $\mathcal{H}$  : Fungsi Hamilton  
 $A$  : nilai bobot tujuan untuk mengurangi jumlah individu yang bercerai  
 $B$  : nilai bobot dari fungsi kontrol  $u^*$   
 $\mathcal{L}$  : Fungsi Lagrange

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN .....	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK .....	iv
ABSTRACT.....	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN .....	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR GAMBAR .....	xi
DAFTAR TABEL.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Tujuan Penelitian .....	2
1.3 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	6
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear .....	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Non Linear .....	7
2.3 Model Epidemik SIR.....	7
2.4 Titik Keseimbangan .....	8
2.5 Analisis Kestabilan.....	8
2.6 Linearisasi .....	9
2.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen .....	10
2.8 Minor dan Kofaktor Determinan.....	11
2.9 Bilangan Reproduksi Dasar.....	13
2.10 Next Generation Matrix .....	13
2.11 Kriteria Routh-Hurwitz .....	14
2.12 Metode Lagrange .....	16
2.13 Fungsi Hamiltonian.....	16
2.14 Kontrol Optimal .....	16
2.15 Prinsip Maximum Pontryagin .....	17
2.16 Metode Runge-Kutta Orde 4.....	18

2.17 Perceraian dan Dampak Perceraian.....	19
2.18 Strategi Kontrol Model Matematika Dinamika Perceraian.....	20
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN .....</b>	<b>21</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>23</b>
4.1 Pembentukan Model Matematika Dinamika Pasca Perceraian.....	23
4.2 Titik Keseimbangan Model.....	27
4.2.1 Titik Keseimbangan Bebas Trauma Pasca Perceraian .....	27
4.2.2 Titik Keseimbangan Adanya Trauma Pasca Perceraian .....	29
4.3 Bilangan Reproduksi Dasar ( $\mathcal{R}_0$ ) .....	31
4.4 Analisis Kestabilan Model Matematika .....	34
4.4.1 Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Trauma Pasca Perceraian .....	35
4.4.2 Kestabilan Titik Keseimbangan Adanya Trauma Pasca Perceraian .....	39
4.5 Penyelesaian Kontrol Optimal .....	46
4.6 Simulasi Numerik .....	49
4.6.1 Simulasi Numerik Titik Bebas Trauma Pasca Perceraian.....	49
4.6.2 Simulasi Numerik Titik Keseimbangan Adanya Perceraian.....	57
4.6.3 Simulasi Numerik Dengan Kontrol Optimal .....	65
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>69</b>
5.1 Kesimpulan .....	69
5.2 Saran.....	70
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>71</b>

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 4.1</b> Gambar diagram alir model matematika DHC.....	24
<b>Gambar 4.2</b> Simulasi Titik Kesetimbangan Bebas Trauma Pasca Perceraian ....	56
<b>Gambar 4.3</b> Simulasi Titik Kesetimbangan Adanya Trauma Pasca Perceraian..	65
<b>Gambar 4.4</b> Hasil simulasi numerik model dinamika pasca perceraian DHC dengan kontrol u dan tanpa kontrol .....	68

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4.1</b> Nilai awal yang digunakan untuk simulasi titik $E^0$ .....	49
<b>Tabel 4. 2</b> Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E^0$ .....	49
<b>Tabel 4. 3</b> Hasil Simulasi Persamaan 4.39 di titik Kesetimbangan Bebas Trauma Pasca Perceraian.....	55
<b>Tabel 4. 4</b> Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E^*$ .....	57