



**PELABELAN GRACEFUL, SKOLEM GRACEFUL DAN
PELABELAN $\hat{\rho}$ PADA GRAF C-STAR DAN SAKURA-STAR**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan dalam
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh :
ASNA MAULIDA
2111011320004**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2026**



**PELABELAN GRACEFUL, SKOLEM GRACEFUL DAN
PELABELAN ρ PADA GRAF C-STAR DAN SAKURA-STAR**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan dalam
menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh :
ASNA MAULIDA
2111011320004**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU
2026**

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

PELABELAN GRACEFUL, SKOLEM GRACEFUL DAN PELABELAN $\hat{p}$ PADA
GRAF C-STAR DAN SAKURA-STAR

Oleh:
Asna Maulida
2111011320004

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada Senin tanggal 13 Juli 2026
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Nurul Huda, S.Si., M.Si
NIP. 198104222006041003

Dosen Penguji:

1. Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si (.....) 
2. Oni Soesanto, S.Si., M.Si (.....) 

Pembimbing II



Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc, CIT
NIP. 197806112005011001

Banjarbaru, 21 Juli 2026
Jurusan Matematika FMIPA ULM
Ketua,




Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si
NIP. 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 30 Juli 2026

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Asna Maulida', written over a light blue rectangular background.

Asna Maulida

NIM.2111011320005

ABSTRAK

PELABELAN GRACEFUL, SKOLEM GRACEFUL DAN PELABELAN $\hat{\rho}$ PADA GRAF C-STAR DAN SAKURA-STAR

(Oleh : Asna Maulida; Pembimbing : Nurul Huda, Pardi Affandi, 2026;.....Halaman)

Pelabelan graf merupakan salah satu kajian penting dalam teori graf yang terus berkembang dan banyak diteliti dalam matematika diskrit. Kajian ini tidak hanya memiliki nilai teoritis, tetapi juga berpotensi diaplikasikan dalam berbagai bidang seperti jaringan, sistem komunikasi, dan pengkodean. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji pelabelan graceful, pelabelan skolem graceful, dan pelabelan $\hat{\rho}$ pada graf C-Star dan graf Sakura-Star yang merupakan pengembangan dari graf bintang. Struktur kedua graf tersebut dianalisis untuk menentukan fungsi pelabelan simpul dan pelabelan sisi yang memenuhi definisi masing-masing pelabelan. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dengan pendekatan analitis melalui konstruksi fungsi pelabelan simpul, pembuktian bahwa fungsi yang diperoleh memenuhi definisi fungsi, terdefinisi dengan baik (*well-defined*), dan bersifat injektif, serta verifikasi bahwa pelabelan sisi yang diinduksi membentuk himpunan $\{1, 2, \dots, |E|\}$. Hasil penelitian menunjukkan bahwa berhasil dikonstruksi fungsi pelabelan simpul pada graf C-Star dengan banyak simpul $|V|=2n+4$ dan banyak sisi $|E|=2n+3$, sehingga graf tersebut memiliki pelabelan graceful, pelabelan skolem graceful, dan pelabelan $\hat{\rho}$. Selain itu, berhasil dikonstruksi fungsi pelabelan simpul pada graf Sakura-Star dengan banyak simpul $|V|=5n+6$ dan banyak sisi $|E|=5n+5$, sehingga graf tersebut juga memiliki pelabelan graceful, pelabelan skolem graceful, dan pelabelan $\hat{\rho}$. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi dalam pengembangan kajian pelabelan graf pada graf-graf khusus lainnya.

Kata kunci: Graf C-Star, Graf Sakura-Star, Pelabelan Graceful, Pelabelan Skolem Graceful, Pelabelan $\hat{\rho}$.

ABSTRACT

GRACEFUL LABELING, GRACEFUL SKELEM AND ρ -LABELING ON C-STAR AND SAKURA-STAR GRAPHS

(By : Asna Maulida; Advisors : Nurul Huda, Pardi Affandi, 2026;.....Pages)

Graph labeling is a significant and evolving area of study within graph theory and discrete mathematics. Beyond its theoretical value, it holds potential for application in fields such as networking, communication systems, and coding theory. This research aims to investigate graceful labeling, Skolem graceful labeling, and ρ -labeling for C-Star and Sakura-Star graphs—graphs derived from the standard star graph. The structures of these graphs were analyzed to determine vertex and edge labeling functions that satisfy the respective definitions of each labeling type. The study employed a literature review combined with an analytical approach involving the construction of vertex labeling functions, proofs that these functions satisfy the necessary definitions (including being well-defined and injective), and verification that the induced edge labelings form the set $\{1, 2, \dots, |E|\}$. The results demonstrate the successful construction of vertex labeling functions for the C-Star graph (with $|V| = 2n + 4$ vertices and $|E| = 2n + 3$ edges) and the Sakura-Star graph (with $|V| = 5n + 6$ vertices and $|E| = 5n + 5$ edges), establishing that both graphs admit graceful labeling, Skolem graceful labeling, and ρ -labeling. This research is expected to serve as a reference for further studies on graph labeling applied to other specific classes of graphs.

Keywords: C-Star Graph, Sakura-Star Graph, Graceful Labeling, Graceful Skolem Labeling, ρ -Labeling.

PRAKATA

Puji dan syukur kehadiran Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya sehingga penyusunan skripsi yang berjudul “Pelabelan graceful, skolem graceful dan pelabelan $\hat{\rho}$ pada graf c-star dan sakura-star” dapat terselesaikan. Adapun skripsi ini dibuat sebagai pemenuhan syarat yang merupakan tugas akhir perkuliahan atau sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) tingkat Strata-1 (S1) bagi mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Skripsi ini telah disusun dengan usaha seoptimal dan semaksimal mungkin serta bantuan dari berbagai sumber referensi. Untuk itu penulis menyampaikan banyak-banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi langsung maupun tidak langsung dalam pembuatan karya tulis ini. Terima kasih penulis ucapkan kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Ahmad Alim Bachri,, S.E, M.Si selaku Rektor Universitas Lambung Mangkurat.
2. Bapak Prof. Sunardi, S.Si., M.Sc., Ph.D selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si selaku Koordinator Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
4. Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc., CIT. selaku Dosen Penasehat Akademik selama penulis berkuliah di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Pembimbing yang terus memberi dukungan, dorongan, bimbingan dan masukan kepada penulis.
5. Bapak Nurul Huda, S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing 1 yang telah bersedia meluangkan waktu untuk membimbing dan memberikan masukan selama penulis menyelesaikan skripsi ini.
6. Seluruh Dosen dan Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
7. Teristimewa buat kedua orang tua tercinta, bapa dan mama yang tiada hentinya melangitkan doa baiknya serta memberikan dukungan pada anak perempuannya ini dalam memperjuangkan masa depan. Walaupun tidak sempat merasakan untuk duduk di bangku perkuliahan, namun mereka selalu berusaha bekerja keras untuk memberikan yang terbaik kepada saya. Allah yang membalas semua kebaikan kalian, kiranya bapa dan mama sehat selalu, panjang umur, dan bahagia selalu.
8. Terimakasih buat adik tercinta Muhammad Ardhi Fakhreza dan Asmi Rahmanida dan keluarga yang sudah mendukung dan mendoakan.
9. Terimakasih buat mahasiswa matematika angkatan 21 dan happy salam kost

(Alfina, Abiy, dan Rizka) yang telah menjadi sahabat dalam perjalanan ini serta memberikan rasa nyaman selama proses kuliah. Terima kasih untuk setiap dukungan, perhatian, bantuan, dan kebersamaan yang telah dihadirkan. Terima kasih telah menyediakan ruang untuk berbagi kisah, bertukar ide, dan saling mendukung sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

10. Terimakasih kepada semua manusia baik yang saya temui salam perkuliahan dan skripsi yang membantu disegala hal.
11. Sebagai penutup, untuk wanita hebat saya sendiri Asna Maulida. Terimakasih sudah mau berdamai dengan rasa lelah, bangkit dari kegelapan, dan tetap berani menjalani tantangan yang semesta hadirkan. Berusaha keras meyakinkan dan menguatkan diri sendiri bahwa kamu dapat menyelesaikan studi ini sampai selesai. Berbahagialah selalu dengan dirimu, jangan siasikan usaha dan doa-doa yang selalu kamu langitkan. Allah sudah merencanakan dan memberikan porsi terbaik untuk perjalanan hidupmu. *I am proud of you.*

Penulis sangat menyadari bahwa pada penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, peneliti sangat mengharapkan saran dan kritik yang membangun. Semoga skripsi ini dapat digunakan sebagaimana mestinya dan bermanfaat bagi semua pihak yang membutuhkan. Akhir kata penulis ucapkan terima kasih.

Banjarbaru, 30 Juli 2026



Asna Maulida
2111011320004

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
PRAKATA	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	3
1.3 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Fungsi	5
2.2 Graf	7
2.3 Graf Sederhana	8
2.4 Graf Berarah	8
2.5 Graf Tak Berarah	9
2.6 Graf Terhubung	9
2.7 Pelabelan graf	10
2.8 Pelabelan Graceful	10
2.9 Pelabelan Skolem Graceful	11
2.10 Pelabelan $\hat{p}$	12
2.11 Graf Bintang (Star Graph)	12
2.12 Graf C-Star	13
2.13 Graf Sakura-star	14
BAB III METODE PENELITIAN	15
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1 Pelabelan Graceful, Skolem Graceful dan Pelabelan $\hat{p}$ pada Graf C-Star	18
4.1.1 Pelabelan Graceful pada Graf C-Star	19

4.1.2 Skolem Graceful pada Graf C-Star	25
4.1.3 Pelabelan $\hat{\rho}$ pada Graf C-Star	29
4.2 Pelabelan Graceful, Skolem Graceful dan Pelabelan $\hat{\rho}$ pada Graf Sakura-Star	32
4.2.1 Pelabelan Graceful pada Graf Sakura-Star	33
4.2.2 Pelabelan Skolem Graceful pada Graf Sakura-Star	40
4.2.3 Pelabelan $\hat{\rho}$ pada Graf Sakura-Star	45
4.3 Perbandingan Hasil Pelabelan pada Graf C-Star dan Graf Sakura-Star	49
BAB V PENUTUP	51
5.1 Kesimpulan	51
5.2 Saran	51
DAFTAR PUSTAKA	x
RIWAYAT HIDUP	xi

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Graf Sederhana.....	8
Gambar 2 Graf Berarah.....	9
Gambar 3 Graf Tak Berarah.....	9
Gambar 4 Graf Terhubung.....	9
Gambar 5 Contoh graf p_3 pelabelan graceful.....	10
Gambar 6 Hasil contoh graf pelabelan graceful.....	10
Gambar 7 Contoh graf p_3 pelabelan skolem graceful.....	11
Gambar 8 Hasil contoh graf P_3 pelabelan skolem graceful.....	12
Gambar 9 Contoh graf P_3 pelabelan ρ	12
Gambar 10 Hasil contoh graf p_3 pelabelan ρ	12
Gambar 11 Graf bintang S_6	13
Gambar 12 graf $(S_n,3)$	13
Gambar 13 Graf C-star.....	14
Gambar 14 Graf Sakura-star.....	14
Gambar 15 Alur penelitian.....	17
Gambar 16 Graf C-Star dengan satu simpul 1 pada setiap simpul pusat.....	18
Gambar 17 Graf C-Star dengan satu simpul 2 pada setiap simpul pusat.....	19
Gambar 18 Graf C-Star.....	20
Gambar 19 Pelabelan graceful c-star.....	25
Gambar 20 Skolem graceful c-star.....	29
Gambar 21 Pelabelan ρ graf c-star.....	32
Gambar 22 Graf Sakura-Star dengan satu simpul dan sisi pada setiap kelopak.....	33
Gambar 23 Graf Sakura-Star dengan dua simpul dan sisi pada setiap kelopak.....	33
Gambar 24 Graf Sakura-star.....	33
Gambar 25 Pelabelan graceful sakura-star.....	40
Gambar 26 Pelabelan skolem graceful graf Sakura-star.....	44
Gambar 27 Graf Sakura-star.....	45
Gambar 28 Pelabelan ρ untuk graf Sakura-Star.....	49