



**INK-ALJABAR**

**SKRIPSI**

**Disusun untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:  
RISKI RESNAWAN  
NIM. 2111011210017**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU  
JANUARI 2025**

# HALAMAN PENGESAHAN

## SKRIPSI

### INK-Aljabar

Oleh:  
**Riski Resnawan**  
NIM. 2111011210017

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 15 Januari 2025.  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing Tunggal




Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

#### Dosen Penguji

1. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (.....)
2. Dr. Mochammad Idris, S.Si., M.Si. (.....)

Banjarbaru, 20 Januari 2025

Koordinator Program Studi Matematika  
FMIPA ULM



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 15 Januari 2025



Riski Resnawan  
NIM. 2111011210017

## ABSTRAK

**INK-aljabar** (Oleh: Riski Resnawan; Pembimbing: Na'imah Hijriati, 2024; 67 halaman)

Struktur aljabar merupakan suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan satu operasi biner atau lebih. Salah satu jenis struktur aljabar adalah INK-aljabar yang didefinisikan sebagai himpunan tak kosong dengan elemen khusus "0" dan suatu operasi biner  $*$  yang memenuhi beberapa aksioma khusus. Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji sifat-sifat elementer dan relasi biner  $\leq$  pada INK-aljabar, hubungan INK-aljabar dengan struktur aljabar yang lainnya, sifat-sifat hubungan antara *g-part*, *p-radical*, *p-semisimple*, ideal, ideal tertutup, sub-aljabar, medial dan homomorfisma INK-aljabar. Hasil dari penelitian ini adalah berlakunya sifat-sifat elementer dan relasi biner  $\leq$  merupakan relasi terurut parsial pada INK-aljabar  $(X,*)$ . Terkait dengan hubungan antara INK-aljabar dengan struktur yang lain diperoleh setiap BCK-aljabar merupakan INK-aljabar. Kemudian,  $(X,*)$  merupakan INK-aljabar jika dan hanya jika  $(X,*)$  merupakan BCI-aljabar, dan setiap INK-aljabar merupakan BCH-aljabar dan Q-aljabar. Selanjutnya, berlakunya sifat-sifat-sifat serta syarat perlu dan syarat cukup dari *g-part*, *p-radical* dan *p-semisimple*. Terkait dengan hubungan antara *g-part*, *p-radical*, *p-semisimple*, ideal, ideal tertutup, sub-aljabar dan medial diperoleh setiap *g-part* dan INK-aljabar berorder sama merupakan *p-semisimple*, setiap *p-radical* merupakan ideal, setiap ideal tertutup merupakan sub-INK-aljabar, setiap INK-aljabar order tiga memiliki *g-part* order satu atau dua, *g-part* dari INK-aljabar berorder tiga merupakan ideal jika dan hanya jika *g-part* berorder satu,  $X$  merupakan medial jika dan hanya jika  $X$  merupakan *p-semisimple*, dan setiap *g-part* merupakan medial INK-aljabar. Lebih lanjut, berlakunya sifat dan hubungan homomorfisma INK-aljabar yaitu setiap homomorfisma INK-aljabar mengawetkan elemen khusus "0", jika  $f$  merupakan homomorfisma INK-aljabar maka *preimage* dibawah  $f$  dari suatu ideal di kodomain merupakan ideal di domainnya, dan setiap kernel merupakan ideal dari INK-aljabar.

**Kata Kunci:** Struktur Aljabar, INK-aljabar, Ideal, Sub-aljabar, Homomorfisma

## ABSTRACT

**INK-Aljabar** (By: Riski Resnawan; Supervisor: Na'imah Hijriati, 2024; 67 pages)

An algebraic structure is a nonempty set equipped with one or more binary operations. One type of algebraic structure is INK-algebra which is defined as a nonempty set with a special element "0" and a binary operation  $*$  that satisfies some special axioms. The purpose of this research is to study the properties of elementary and binary relation  $\leq$  on INK-algebra, the relationship of INK-algebra with other algebraic structures, the properties and relationships of *g-part*, *p-radical*, *p-semisimple*, ideal, closed ideal, sub-algebra, medial and homomorphism of INK-algebra. The result of this research is the validity of the elementary properties and binary relations  $\leq$  is a partially ordered relation on INK-algebra  $(X, *)$ . Related to the relationship between INK-algebra and other structures, it is obtained that every BCK-algebra is a INK-algebra. Then,  $(X, *)$  is an INK-algebra if and only if  $(X, *)$  is a BCI-algebra, and every INK-algebra is an BCH-algebra and Q-algebra. Furthermore, the properties and necessary and sufficient conditions of *g-part*, *p-radical*, *p-semisimple* apply. Related to the relationship between *g-part*, *p-radical*, *p-semisimple*, ideal, closed ideal, sub-algebra and medial, it is obtained that every *g-part* and INK-algebra of the same order is a *p-semisimple*, every *p-radical* is an ideal, every closed ideal is a sub-INK-algebra, every INK-algebra of order three has a *g-part* of order one or two, the *g-part* of an INK-algebra of order three is an ideal if and only if the *g-part* is of order one,  $X$  is medial if and only if  $X$  is *p-semisimple*, and every *g-part* is a medial INK-algebra. Furthermore, the properties and relations of INK-algebra homomorphisms apply, namely every INK-algebra homomorphism preserves the special element "0", if  $f$  is an INK-algebraic homomorphism then the *preimage* under  $f$  of an ideal in the codomain is an ideal in the domain, and every kernel is an ideal of INK-algebra.

**Keywords:** Algebraic Structure, INK-algebra, Ideal, Sub-algebra, Homomorphism

## PRAKATA

Alhamdulillah rabbil'aalamiin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala nikmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul "INK-Aljabar". Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan kita, Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karenanya, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Orang tua penulis tercinta yang selalu memberikan kasih sayang, doa, nasehat, serta selalu memenuhi kebutuhan dan memberikan fasilitas terbaik selama perkuliahan.
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
4. Ibu Dr. Naimah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah rela mengorbankan tenaga dan membagi waktunya untuk membimbing penulis secara langsung, serta dengan sabar selalu mengupayakan memberikan bantuan serta motivasi pada penelitian dan penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Matematika yang telah membantu dan memberikan informasi yang bermanfaat dalam pelaksanaan penelitian dan penyusunan skripsi.
6. Sahabat penulis terutama rekan-rekan *Boys Ravens* yang selalu mere-lakan waktunya hingga berjam-jam untuk mendengarkan keluh kesah dan memotivasi penulis selama pengerjaan skripsi.

7. Seluruh kerabat, teman dan rekan mahasiswa terutama Angkatan 2021, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama penyusunan skripsi.

Penulis menerima kritik dan saran untuk dijadikan masukan dan pembelajaran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak terutama mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru. Aamiin.

Banjarbaru, 15 Januari 2025



Riski Resnawan  
NIM. 2111011210017

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 1.</b> Tabel Cayley $(P,*)$ untuk Contoh 2.4.2 .....	9
<b>Tabel 2.</b> Tabel Cayley $(E,*)$ untuk Contoh 2.6.2 .....	20
<b>Tabel 3.</b> Tabel Cayley $(A,*)$ untuk Contoh 2.7.2 .....	22
<b>Tabel 4.</b> Tabel Cayley $(X,*)$ untuk Contoh 2.8.2 .....	26
<b>Tabel 5.</b> Bukti $(P,*)$ untuk Contoh 2.4.2 bagian (i) .....	68
<b>Tabel 6.</b> Bukti $(P,*)$ untuk Contoh 2.4.2 bagian (ii) dan memenuhi Teorema 2.4.6 .....	69
<b>Tabel 7.</b> Bukti $(E,*)$ untuk Contoh 2.6.2 bagian (iii) .....	71
<b>Tabel 8.</b> Bukti $(A,*)$ untuk Contoh 2.7.2 bagian (iii) .....	72
<b>Tabel 9.</b> Bukti $(X,*)$ untuk Contoh 2.8.2 bagian (i) .....	73
<b>Tabel 10.</b> Bukti $(X,*)$ untuk Contoh 2.8.2 bagian (ii) .....	73
<b>Tabel 11.</b> Bukti $(X,*)$ memenuhi Proposisi 4.1.1 dan Teorema 4.1.4 .....	74
<b>Tabel 12.</b> Bukti $(X,*)$ memenuhi Proposisi 4.1.1 bagian (ii) .....	75
<b>Tabel 13.</b> Bukti $(X,*)$ memenuhi Teorema 4.1.5 bagian (i) dan (ii) .....	76
<b>Tabel 14.</b> Bukti $(X,*)$ memenuhi Teorema 4.1.5 bagian (iii) .....	76

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Bukti $(P,*)$ untuk Contoh 2.4.2.....	68
Lampiran 2. Bukti $(E,*)$ untuk Contoh 2.6.2.....	71
Lampiran 3. Bukti $(A,*)$ untuk Contoh 2.7.2.....	72
Lampiran 4. Bukti $(X,*)$ untuk Contoh 2.8.2.....	73
Lampiran 5. Bukti $(X,*)$ memenuhi Proposisi 4.1.1 dan Teorema 4.1.4.....	74
Lampiran 6. Bukti $(X,*)$ memenuhi Proposisi 4.1.1 bagian (ii).....	75
Lampiran 7. Bukti $(X,*)$ memenuhi Teorema 4.1.5 .....	76

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$A$	: Himpunan $A$
$ A $	: Order elemen $A$ /banyaknya elemen $A$
$\emptyset$	: Himpunan kosong
$\mathbb{Z}$	: Himpunan bilangan bulat
$\mathbb{Z}^+$	: Himpunan bilangan bulat positif
$2\mathbb{Z}$	: $\{2z z \in \mathbb{Z}\}$
$2\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$	: $\{0, 2z z \in \mathbb{Z}^+\}$
$\mathcal{P}(S)$	: Himpunan kuasa dari $S$
$*, \Delta, -$	: Operasi biner
$\leq$	: Relasi biner
$(A, *)$	: Himpunan $A$ dengan operasi biner $*$
$(A, \leq)$	: Himpunan $A$ dengan relasi biner $\leq$
$(A, *, \leq)$	: Himpunan $A$ dengan operasi biner $*$ dan relasi biner $\leq$
$\in$	: Elemen/anggota himpunan
$\notin$	: Bukan elemen/anggota himpunan
$\neq$	: Tidak sama dengan
$\subseteq$	: Subset/himpunan bagian
$\cap$	: Irisan
$\cup$	: Gabungan
$\exists$	: Terdapat/ada
$\forall$	: Untuk setiap
$D_f$	: Domain $f$
$G(X)$	: $G$ -part dari himpunan $X$
$B(X)$	: $P$ -radical dari himpunan $X$
$im(f)$	: <i>image</i> dari $f$
$f^{-1}(Y)$	: <i>preimage</i> dari $f$
$ker(f)$	: kernel dari $f$
■	: Pembuktian selesai

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>ix</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>xi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Sistematika Penulisan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>4</b>
2.1 Himpunan.....	4
2.2 Relasi dan Fungsi.....	6
2.3 Operasi Biner .....	8
2.4 BCK-Aljabar .....	9
2.5 BCI-Aljabar.....	14
2.6 BCH-Aljabar .....	19
2.7 Q-Aljabar .....	22
2.8 INK-Aljabar .....	25
2.9 <i>G-part, P-radical, P-semisimple</i> , Ideal, Ideal Tertutup, Sub-Aljabar dan Medial dari INK-Aljabar.....	31
2.10 Homomorfisma INK-aljabar .....	35

<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN .....</b>	<b>38</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>39</b>
4.1 Sifat-sifat Elementer dan relasi biner $\leq$ pada INK-aljabar .....	39
4.2 Hubungan antara INK-Aljabar dengan Struktur Aljabar Lainnya.....	45
4.3 Sifat-sifat elementer <i>G-part</i> , <i>P-radical</i> dan <i>P-semisimple</i> dari INK-Aljabar.....	49
4.4 Hubungan antara <i>G-part</i> , <i>P-radical</i> , <i>P-semisimple</i> , Ideal, Ideal Tertutup, Sub-aljabar dan Medial .....	53
4.5 Sifat-sifat Homomorfisma INK-aljabar .....	59
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>63</b>
5.1 Kesimpulan .....	63
5.2 Saran .....	65
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>66</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>68</b>
<b>RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>77</b>