



**PEMODELAN MATEMATIKA PEROKOK DENGAN ADANYA MEDIA  
INFORMASI DAN INTROSPEKSI DIRI**

**SKRIPSI**

**Untuk memenuhi persyaratan  
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**RAHMADINA**

**NIM. 2111011220010**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU**

**2025**

# LEMBAR PENGESAHAN

## SKRIPSI

### PEMODELAN MATEMATIKA PEROKOK DENGAN ADANYA MEDIA INFORMASI DAN INTROSPEKSI DIRI

Oleh:  
**Rahmadina**  
2111011220010


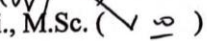
telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 31 Januari 2025  
Susunan Dosen Penguji:

#### Pembimbing I

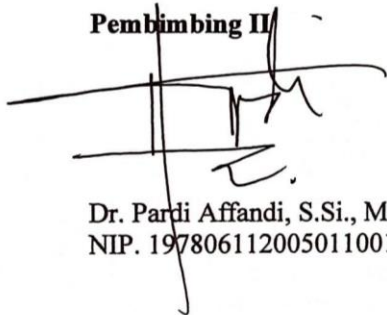


Drs. Faisal, M.Si.  
NIP. 196309021992031001

#### Dosen Penguji:

1. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. (  )
2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. (  )

#### Pembimbing II



Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197806112005011001

Banjarbaru, 20 Februari 2025  
Program Studi Matematika FMIPA ULM  
Koordinator,



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 20 Februari 2025



Rahmadina

NIM. 2111011220010

## ABSTRAK

**PEMODELAN MATEMATIKA PEROKOK DENGAN ADANYA MEDIA INFORMASI DAN INTROSPEKSI DIRI** (Oleh: Rahmadina; Pembimbing: Faisal, Pardi Affandi, 2025, 111 halaman)

Merokok merupakan salah satu ancaman kesehatan terbesar masyarakat yang saat ini dihadapi dunia dan dapat menyebabkan berbagai penyakit serius. Salah satu langkah untuk meningkatkan kesadaran berupa introspeksi diri di kalangan masyarakat dengan memberikan informasi tentang bahaya merokok melalui media. Penyebaran perokok dapat dimodelkan menggunakan pemodelan matematika yang dibentuk dalam suatu sistem persamaan diferensial biasa. Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan terbentuknya model matematika penyebaran perokok dengan adanya media informasi dan introspeksi diri, menganalisis kestabilan model, menggunakan kontrol optimal penyebaran perokok dan membuat simulasi numerik. Hasil dari penelitian ini adalah terbentuknya model matematika penyebaran perokok dengan adanya media informasi dan introspeksi diri dengan diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas perokok dan titik ekuilibrium penyebaran perokok. Kemudian, diperoleh bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* dan analisis kestabilan model menggunakan metode linearisasi dan Kriteria Routh-Hurwitz. Hasil analisis kestabilan model di titik ekuilibrium bebas perokok stabil asimtotik lokal dengan syarat  $R_0 < 1$  sedangkan di titik ekuilibrium penyebaran perokok stabil asimtotik lokal dengan syarat  $R_0 > 1$ . Selanjutnya, diperoleh kontrol optimal pada model matematika perokok dengan dua kontrol yang diberikan yaitu konseling dan terapi, di mana dapat meminimalkan subpopulasi *Smokers* dan memaksimalkan subpopulasi *Smokers that quit smoking*. Simulasi numerik diberikan untuk mendukung analisis kestabilan di titik ekuilibrium dan menunjukkan ketika dua kontrol diberikan, tingkat perokok menurun seiring waktu.

**Kata kunci:** Perokok, Media Informasi, Introspeksi Diri, *Next Generation Matrix*, Analisis Kestabilan, Kontrol Optimal.

## **ABSTRACT**

**MATHEMATICAL MODELING OF SMOKERS WITH INFORMATION MEDIA AND SELF-INTROSPECTION** (by: Rahmadina; Supervisor: Faisal, Pardi Affandi, 2025, 111 pages)

*Smoking is one of the biggest public health threats facing the world today and can cause a variety of serious diseases. One of the steps to increase awareness in the form of self-introspection among the public by providing information about the dangers of smoking through the media. The spread of smokers can be modeled using mathematical modeling formed in a system of ordinary differential equations. The purpose of this study is to explain the formation of a mathematical model of smoker distribution with information media and self-introspection, analyze the stability of the model, use optimal control of smoker distribution and make numerical simulations. The result of this study is the formation of a mathematical model of smoker distribution with information media and self-introspection by obtaining two equilibrium points, namely the smoker-free equilibrium point and the smoker distribution equilibrium point. Then, the basic reproductive number was obtained ( $R_0$ ) using the Next Generation Matrix method and the stability analysis of the model using the linearization method and the Routh-Hurwitz Criterion. The results of the model stability analysis at local asymptotic-stable smoker-free equilibrium points with the condition  $R_0 < 1$  while at the equilibrium point, the spread of smokers is stable locally asymptotic with condition  $R_0 > 1$ . Furthermore, optimal control was obtained in the mathematical model of smokers with two controls given, namely counseling and therapy, which could minimize the subpopulation of smokers and maximize the subpopulation of smokers that quit smoking. Numerical simulations were given to support stability analysis at equilibrium points and showed that when two controls were given, the smoking rate decreased over time.*

**Keywords:** *Smoker, Information Media, Self-Introspection, Next Generation Matrix, Stability Analysis, Optimal Control.*

## PRAKATA

Alhamdulillahirobbil alamin, segala puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah *subhanahu wa ta'ala*, Tuhan Yang Maha Esa atas berkat rahmat, karunia dan hidayah-Nya lah penulis dapat menyelesaikan pengerjaan serta penulisan skripsi dengan judul "**PEMODELAN MATEMATIKA PEROKOK DENGAN ADANYA MEDIA INFORMASI DAN INTROSPEKSI DIRI**". Tidak lupa pula shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad *sallallahu alaihi wasallam* beserta keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua penulis yang selalu memberikan dukungan baik secara moral maupun materi yang membuat penulis terus belajar dan menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Semoga karya ini bisa menjadi kebanggaan untuk mereka.
2. Kedua kakak penulis yang selalu memberikan dukungan dan motivasi untuk penulis menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
4. Ibu Dr. Naimah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku Koordinator Program Studi Matematika Universitas Lambung Mangkurat.
5. Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan, arahan, nasihat dan motivasi selama perkuliahan. Sekaligus dosen Penguji II yang telah memberikan arahan, kritik dan masukkan dalam penyusunan skripsi ini menjadi semakin baik.

6. Bapak Drs. Faisal, M.Si. dan Bapak Dr. Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan, bimbingan, masukan dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.
7. Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji I yang telah memberikan arahan, kritik dan masukan dalam penyusunan skripsi ini menjadi semakin baik.
8. Seluruh dosen pengajar/Staf Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat atas ilmu, arahan dan bantuannya baik selama masa perkuliahan maupun penyusunan skripsi ini.
9. Seluruh teman dan rekan mahasiswa/i matematika Angkatan 2021 Program Studi Matematika yang telah memberikan semangat serta dukungan kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, masih terdapat kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi kesempurnaan di masa mendatang. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan sesuatu yang bermanfaat bagi semua pihak yang membacanya khususnya mahasiswa/i Program Studi Matematika Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, 20 Februari 2025



Rahmadina

NIM. 2111011220010

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

<b>Simbol</b>	<b>Arti</b>
$S_p(t)$	: Jumlah individu bukan perokok yang berpotensi menjadi perokok pada saat $t$
$S_i(t)$	: Jumlah individu perokok pada saat $t$
$S_q(t)$	: Jumlah individu yang berhenti merokok pada saat $t$
$S_m(t)$	: Jumlah individu yang sudah mengintrospeksi diri dan mengetahui informasi bahaya rokok melalui media pada saat $t$ .
$M(t)$	: Jumlah Informasi yang masuk tentang bahaya rokok pada saat $t$
$N(t)$	: Jumlah total subpopulasi pada saat $t$
$\Lambda$	: Laju rekrutmen
$\mu$	: Laju kematian alami
$\delta_1$	: Laju kematian perokok akibat penyakit merokok
$\delta_2$	: Laju kematian perokok yang berhenti akibat penyakit merokok
$\beta$	: Laju kontak perokok
$\nu$	: Laju kekambuhan perokok yang berhenti merokok
$\gamma$	: Laju berhenti merokok
$\varepsilon$	: Laju perokok potensial yang sadar
$\alpha$	: Laju hilangnya kesadaran bahaya rokok
$\phi$	: Laju peningkatan informasi bahaya rokok
$m_0$	: Laju penurunan informasi melalui media
$E_0$	: Titik ekuilibrium bebas perokok
$E^*$	: Titik ekuilibrium penyebaran perokok
$J$	: Matriks Jacobian
$\lambda$	: Nilai eigen dari persamaan karakteristik
$R_0$	: Bilangan reproduksi dasar

$\mathbf{G}$	:	Matriks Next Generation
$Z(u)$	:	<i>Performance index</i> (fungsi tujuan)
$U$	:	Himpunan kontrol
$\mathcal{H}$	:	Fungsi Hamiltonian
$\mathcal{L}$	:	Fungsi Lagrange
$\pi$	:	Pengali Lagrange
$A$	:	Bobot biaya dari individu perokok
$B_1$	:	Bobot biaya dari konseling
$B_2$	:	Bobot biaya dari terapi
$t_f$	:	Waktu akhir
$u_1$	:	Kontrol konseling
$u_2$	:	Kontrol terapi
$u_1^*$	:	Kontrol konseling yang optimal
$u_2^*$	:	Kontrol terapi yang optimal

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN.....</b>	<b>ii</b>
<b>PERNYATAAN.....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK.....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>PRAKATA.....</b>	<b>vi</b>
<b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xiv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1    Latar Belakang.....	1
1.2    Tujuan Penelitian .....	3
1.3    Sistematika Penulisan .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>5</b>
2.1    Persamaan Diferensial .....	5
2.2    Sistem Persamaan Diferensial .....	6
2.2.1    Sistem Persamaan Diferensial Linear .....	6
2.2.2    Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear.....	7
2.3    Model Epidemik SIR.....	8
2.4    Titik Ekuilibrium .....	9
2.5    Analisis Kestabilan Lokal.....	9
2.5.1    Linearisasi .....	9
2.5.2    Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	11
2.6    Bilangan Reproduksi Dasar .....	13
2.7    Kriteria Routh-Hurwitz.....	15
2.8    Metode Lagrange .....	16
2.9    Fungsi Hamiltonian .....	16
2.10    Kontrol Optimal.....	17
2.11    Prinsip Maksimum Pontryagin .....	17
2.12    Metode Runge-Kutta Orde Empat.....	18

2.13	Rokok .....	19
2.14	Konseling.....	20
2.15	Terapi .....	20
2.16	Media Informasi .....	20
2.17	Introspeksi Diri .....	21
<b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN .....</b>		<b>22</b>
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>24</b>
4.1	Pembentukan Model Matematika Perokok .....	24
4.2	Titik Ekuilibrium Model Matematika Perokok .....	31
4.2.1	Titik Ekuilibrium Bebas Perokok.....	31
4.2.2	Bilangan Reproduksi Dasar $R_0$ .....	33
4.2.3	Titik Ekuilibrium Penyebaran Perokok.....	36
4.3	Kestabilan Lokal Model Matematika Perokok.....	39
4.3.1	Kestabilan Lokal Titik Ekuilibrium Bebas Perokok .....	43
4.3.2	Kestabilan Lokal Titik Ekuilibrium Penyebaran Perokok.....	47
4.4	Menentukan Bentuk Kontrol Optimal Model Matematika Perokok .....	59
4.5	Simulasi Numerik.....	65
4.5.1	Simulasi Numerik Titik Ekuilibrium Bebas Perokok.....	65
4.5.2	Simulasi Numerik Titik Ekuilibrium Penyebaran Perokok.....	75
4.5.3	Simulasi Numerik Bebas Perokok dengan Kontrol Optimal .....	87
4.5.4	Simulasi Numerik Penyebaran Perokok dengan Kontrol Optimal....	90
<b>BAB V PENUTUP .....</b>		<b>95</b>
5.1	Kesimpulan .....	95
5.2	Saran .....	96
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>		<b>97</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>		<b>100</b>
<b>RIWAYAT HIDUP.....</b>		<b>111</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Diagram Epidemik SIR .....	8
Gambar 4. 1 Diagram Model Matematika Perokok .....	26
Gambar 4. 2 Simulasi Titik Ekuilibrium Bebas Perokok.....	74
Gambar 4. 3 Simulasi Titik Ekuilibrium Penyebaran Perokok .....	85
Gambar 4. 4 Hasil Simulasi Pengali Lagrange di Titik Bebas Perokok.....	88
Gambar 4. 5 Kontrol Optimal $u_1^*$ dan $u_2^*$ di titik bebas perokok.....	89
Gambar 4. 6 Simulasi Bebas Perokok tanpa kontrol dan dengan kontrol.....	89
Gambar 4. 7 Hasil Simulasi Pengali Lagrange di Titik Penyebaran Perokok.....	92
Gambar 4. 8 Kontrol Optimal $u_1^*$ dan $u_2^*$ di titik penyebaran perokok .....	93
Gambar 4. 9 Simulasi Penyebaran Perokok tanpa kontrol dan dengan kontrol....	93

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4. 1</b> Parameter Model Matematika Perokok .....	25
<b>Tabel 4. 2</b> Nilai awal yang digunakan untuk simulasi kestabilan.....	65
<b>Tabel 4. 3</b> Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E_0$ .....	65
<b>Tabel 4. 4</b> Hasil Simulasi Persamaan (4.58) di titik Bebas Perokok .....	73
<b>Tabel 4. 5</b> Parameter yang digunakan untuk simulasi titik $E^*$ .....	76
<b>Tabel 4. 6</b> Hasil Simulasi Persamaan (4.59) di titik Penyebaran Perokok .....	84
<b>Tabel 4. 7</b> Parameter untuk simulasi bebas perokok dengan kontrol .....	87
<b>Tabel 4. 8</b> Parameter untuk simulasi penyebaran perokok dengan kontrol .....	91

## DAFTAR LAMPIRAN

1. Syarat Routh-Hurwitz yang harus dipenuhi untuk membuktikan analisis kestabilan lokal perokok
2. Tabel hasil simulasi numerik pengali lagrange pada titik ekuilibrium bebas perokok
3. Gambar simulasi pengali lagrange di titik ekuilibrium bebas perokok
4. Tabel hasil simulasi  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  pada titik ekuilibrium bebas perokok
5. Tabel hasil simulasi numerik persamaan *state* pada titik ekuilibrium bebas perokok
6. Gambar perbandingan simulasi numerik pada titik ekuilibrium bebas perokok tanpa kontrol dan dengan kontrol
7. Tabel hasil simulasi numerik pengali lagrange pada titik ekuilibrium penyebaran perokok
8. Gambar simulasi pengali lagrange di titik ekuilibrium penyebaran perokok
9. Tabel hasil simulasi  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  pada titik ekuilibrium penyebaran perokok
10. Tabel hasil simulasi numerik persamaan *state* pada titik ekuilibrium penyebaran perokok
11. Gambar perbandingan simulasi numerik pada titik ekuilibrium penyebaran perokok tanpa kontrol dan dengan kontrol