



**MODEL MATEMATIKA BSEIR
UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

ALIFIA NUR ROHMA

NIM. 2011011320008

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2026



**MODEL MATEMATIKA BSEIR
UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh:

ALIFIA NUR ROHMA

NIM. 2011011320008

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2026

SKRIPSI

Model Matematika BSEIR Untuk Penyebaran Penyakit Tuberkulosis

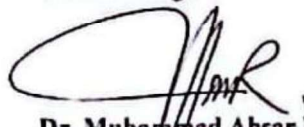
Oleh:

Alifia Nur Rohma
2011011320008

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 23 Juni 2026

Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



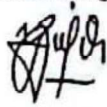
Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Si.

NIP. 198202082005011003

Dosen Penguji:

1. Drs. Faisal, M.Si. (✓)
2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Si. (.....) ✓

Pembimbing II



Dr. Yuni Yulida S.Si., M.Si.

NIP. 198110102005012004

Banjarbaru, 6 Juli 2026

Jurusan Matematika FMIPA ULM

Ketua,



Dr. Naimah Hijriati S.Si., M.Si.

NIP. 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebut dalam Daftar Pustaka

Banjarbaru, 17 Juli 2026

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Alifia Nur Rohma' with a stylized 'NR' at the end.

Alifia Nur Rohma
NIM. 2011011120008

ABSTRAK

MODEL MATEMATIKA BSEIR DALAM PENYEBARAN PENYAKIT TUBERCOLOSIS (Oleh: Alifia Nur Rohma; Pembimbing: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida)

Tuberkulosis atau TB, pada tahun 2023 merupakan penyakit menular mematikan nomor dua setelah Covid-19 di dunia, terutama di wilayah Asia dan Afrika. Penyakit ini disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium tuberculosis* yang menyebar melalui percikan dahak atau droplet. Penelitian ini membahas tentang penyebaran tuberkulosis menggunakan model matematika BSEIR. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika, menganalisis kestabilan model dan menganalisis sensitivitas parameter model, serta membuat simulasi model. Penelitian ini menggunakan metode seperti *Next Generation Matrix*, linierisasi, dan Kriteria Routh-Hurwitz. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model BSEIR dapat menggambarkan dinamika penyebaran tuberkulosis dengan baik. Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik keseimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotik dengan syarat $R_0 < 1$ dan titik keseimbangan endemik pada model ini bersifat stabil asimtotik. Hasil simulasi numerik dari analisis titik keseimbangan model model BSEIR akan disajikan dalam bentuk grafik dan tabel yang menunjukkan bahwa model BSEIR stabil asimtotik dan analisis sensitivitas parameter memperlihatkan bahwa laju transmisi dan laju penyembuhan merupakan faktor paling berpengaruh terhadap nilai bilangan reproduksi dasar, sehingga strategi pengendalian TB yang efektif adalah menurunkan laju transmisi dan meningkatkan laju penyembuhan.

Kata kunci: *Tuberkulosis, Bilangan Reproduksi Dasar, Routh-Hurwitz, Next Generation Matrix, Analisis Kestabilan*

ABSTRACT

MODEL MATEMATIKA BSEIR DALAM PENYEBARAN PENYAKIT TUBERCOLOSIS

(Oleh: Alifia Nur Rohma)

*Tuberculosis (TB) was the second deadliest infectious disease in the world after COVID-19 in 2023, particularly in Asia and Africa. The disease is caused by the bacterium *Mycobacterium tuberculosis*, which is transmitted through respiratory droplets. This study investigates the spread of tuberculosis using a BSEIR mathematical model. The objectives of this study are to formulate the mathematical model, analyze its stability and parameter sensitivity, and perform numerical simulations. The methods employed include the Next Generation Matrix, linearization, and the Routh–Hurwitz criterion. The results show that the BSEIR model effectively describes the transmission dynamics of tuberculosis. The stability analysis indicates that the disease-free equilibrium is asymptotically stable when ($R_0 < 1$), while the endemic equilibrium is also asymptotically stable. Numerical simulations of the equilibrium analysis are presented in the form of graphs and tables, confirming the asymptotic stability of the BSEIR model. Furthermore, the parameter sensitivity analysis reveals that the transmission rate and the recovery rate are the most influential parameters affecting the basic reproduction number. Therefore, effective tuberculosis control strategies should focus on reducing the transmission rate and increasing the recovery rate.*

Kata kunci: *Tuberculosis, Basic Reproduction Number, Routh–Hurwitz Criterion, Next Generation Matrix, Stability Analysis*

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt. atas segala rahmat, taufik, hidayah, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Model Matematika BSEIR untuk Penyebaran Penyakit Tuberkulosis". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari doa, dukungan, bimbingan, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa hormat dan terima kasih kepada:

1. Prof. Ir. Sunardi, S.Si., M.Sc., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
2. Dr. Naimah Hijriati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang dengan penuh kesabaran telah memberikan bimbingan, arahan, motivasi, serta ilmu yang sangat bermanfaat selama proses penyusunan skripsi ini.
4. Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan masukan, saran, perhatian, dan bimbingan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
5. Drs. Faisal, M.Si. dan Saman Abdurrahman, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang membangun demi penyempurnaan skripsi ini.
6. Seluruh dosen dan tenaga kependidikan Program Studi Matematika FMIPA Universitas Lambung Mangkurat atas ilmu, pengalaman, serta bantuan yang telah diberikan selama penulis menempuh pendidikan.
7. Anggota grup *WhatsApp* "Buah Jahe", yang telah menjadi teman berdiskusi, berbagi pengalaman, memberikan bantuan, semangat, serta menemani penulis selama proses penyusunan skripsi.

8. Teman-teman Program Studi Matematika Angkatan 2020 serta seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah memberikan bantuan, dukungan, dan kebersamaan selama masa perkuliahan maupun penyusunan skripsi.
9. Terima kasih kepada berbagai *game*, khususnya *Fate Grand Order* dan *Genshin Impact*, yang telah menjadi teman di sela-sela penyusunan skripsi, memberikan hiburan saat penulis merasa jenuh, serta membantu menjaga semangat hingga skripsi ini dapat diselesaikan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan dan penyempurnaan karya ilmiah ini.

Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca serta menjadi salah satu referensi dalam pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya di bidang pemodelan matematika epidemiologi.

Banjarbaru, 17 Juli 2026

Hormat Penulis,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Alifia NR', with a horizontal line drawn underneath.

Alifia Nur Rohma

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$B(t)$	: Jumlah subpopulasi penerima vaksin pada saat t
$S(t)$	: Jumlah subpopulasi yang rentan terinfeksi tuberkulosis pada saat t
$E(t)$	: Jumlah subpopulasi terpapar pada saat t
$I(t)$	: Jumlah subpopulasi yang terinfeksi tuberkulosis pada saat t
$R(t)$	: Jumlah subpopulasi yang sembuh pada saat t
$N(t)$	: Jumlah populasi pada saat t
p	: Proporsi bayi yang telah di vaksin
Λ	: Pertambahan bayi baru lahir
k	: Laju penurunan kekebalan tubuh
β	: Laju transmisi populasi yang terinfeksi
α	: Laju perkembangan ke tahap infeksius dari yang terpapar
γ	: Laju pengobatan anti TB
μ	: Laju kematian alami
d	: Laju kematian karena penyakit
P_0	: Titik keseimbangan bebas penyakit
P^*	: Titik keseimbangan endemik.
R_0	: Nilai reproduksi dasar
J	: Matriks Jacobian
G	: Matriks <i>Next Generation</i>
λ	: Nilai eigen dari persamaan karakteristik

DAFTAR ISI

PERNYATAAN.....	ii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
PRAKATA.....	vi
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Persamaan Diferensial.....	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	5
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	5
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear.....	6
2.3 Model SIR Klasik.....	7
2.4 Titik Keseimbangan	8
2.5 Analisis Kestabilan.....	8
2.5.1 Linearisasi	8
2.5.2 Nilai Eigen dan Nilai Eigen Dominan	9
2.5.3 Bilangan Reproduksi Dasar	11
2.5.4 Kriteria Routh-Hurwitz	13
2.6 Analisis Sensitivitas	14
2.7 Metode Runge-Kutta Orde Empat	15
2.8 Tuberkulosis.....	16
BAB III PROSEDUR PENELITIAN.....	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Model Matematika	20

4.2	Titik Keseimbangan dan Bilangan Reproduksi Dasar model BSEIR...	24
4.2.1	Bilangan Reproduksi Dasar	26
4.2.2	Titik Keseimbangan Endemik.....	29
4.3	Analisis Kestabilan Lokal	32
4.4.1	Kestabilan Lokal di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit.....	34
4.4.2	Kestabilan Lokal di Titik Keseimbangan Endemik	37
4.4	Simulasi Numerik	41
4.4.1	Simulasi Numerik di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	41
4.4.2	Simulasi Numerik di Titik Keseimbangan Endemik	52
4.5	Analisis Sensitivitas	64
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		69
5.1.	Kesimpulan	69
DAFTAR PUSTAKA		xiii

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Nilai awal di titik keseimbangan bebas penyakit	41
Tabel 2. Nilai parameter di titik keseimbangan bebas penyakit.....	41
Tabel 3. Solusi numerik pada titik keseimbangan bebas penyakit.....	50
Tabel 4. Nilai awal di titik keseimbangan endemik	52
Tabel 5. Nilai Parameter di titik keseimbangan endemik.....	52
Tabel 6. Solusi numerik pada titik keseimbangan endemik	61
Tabel 7. Rumus Indeks sensitivitas setiap parameter.....	66
Tabel 8. Hasil Indeks sensitivitas setiap parameter.....	66

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Diagram alir model SIR Kermack-McKendrick.....	7
Gambar 2. Diagram alir model matematika penyakit tuberkulosis	21
Gambar 3. Simulasi titik keseimbangan bebas penyakit	51
Gambar 4. Simulasi titik keseimbangan endemik	62
Gambar 5. Perubahan nilai R_0 pada parameter	67