



**MODEL MATEMATIKA PENULARAN TUBERKULOSIS
DENGAN MEMPERHATIKAN EFEK PENGOBATAN**

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

**Oleh:
Tiara Risma Agustina
NIM. 2011011320012**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT
BANJARBARU**

2024

LEMBAR PENGESAHAN

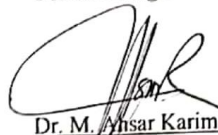
SKRIPSI

MODEL MATEMATIKA PENULARAN TUBERKULOSIS DENGAN MEMPERHATIKAN EFEK PENGOBATAN

Oleh:
Tiara Risma Agustina
20110113201012



telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 1 Agustus 2024
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Dr. M. Anwar Karim, S.Si., M.Sc.
NIP 19820208 200501 1 003

Dosen Penguji:

1. Drs. Faisal, M.Si. 
2. Thresye, S.Si., M.Si. 

Pembimbing II



Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.
NIP 19811010 200501 2 004



Banjarbaru, 12 Agustus 2024
Studi Matematika FMIPA
Dr. Naiman Hijriati, S.Si., M.Si.
NIP 19791122 200801 2 013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 12 Agustus 2024



Tiara Risma Agustina
NIM. 2011011320012

ABSTRAK

MODEL MATEMATIKA PENULARAN TUBERKULOSIS DENGAN MEMPERHATIKAN EFEK PENGOBATAN (Oleh: Tiara Risma Agustina; Pembimbing: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida, 2024; 71 halaman)

Tuberkulosis (TB) adalah suatu penyakit infeksi yang disebabkan oleh *Mycobacterium tuberculosis*. Tuberkulosis sering menyerang paru-paru, namun bisa juga menyerang bagian tubuh lainnya. Penelitian ini menggunakan model *SEIPR* (*Susceptible, Exposed, Infected, Patient, Recovered*) dimana akan dibangun model tuberkulosis dengan dua macam pengobatan yaitu pengobatan di rumah dan pengobatan di rumah sakit. Individu terinfeksi TB harus tetap menjaga protokol kesehatan agar tidak terjadinya penyebaran kuman. Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika, menentukan titik kesetimbangan model dan bilangan reproduksi dasar (R_0) serta menentukan kestabilan lokal dan global di titik kesetimbangan bebas penyakit. Penelitian ini menggunakan beberapa metode diantaranya metode Next Generation Matrix, linearisasi, Kriteria Routh-Hurwitz, dan Teorema Castillo-Chavez. Berdasarkan model yang terbentuk, diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit. Bilangan Reproduksi Dasar ditentukan dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix*, Kriteria Routh-Hurwitz digunakan untuk mengetahui nilai eigen yang memiliki bagian real negatif dan berdasarkan teorema kestabilan mengakibatkan titik kesetimbangan stabil asimtotik dengan syarat $R_0 < 1$, serta dengan menggunakan Teorema Castillo-Chavez diketahui stabil asimtotik global di titik kesetimbangan bebas penyakit dengan syarat $R_0 > 1$.

Kata Kunci: Tuberkulosis, Titik Kesetimbangan, Stabil Asimtotik

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODEL OF TUBERCULOSIS TRANSMISSION WITH CONSIDERATION OF TREATMENT EFFECTS (By: Tiara Risma Agustina; Supervisor: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida, 2024; 71 pages)

Tuberculosis (TB) is an infectious disease caused by Mycobacterium tuberculosis. Tuberculosis often attacks the lungs, but can also attack other parts of the body. This research uses the SEIPR (Susceptible, Exposed, Infected, Patient, Recovered) model where a tuberculosis model will be built with two types of treatment, namely home treatment and hospital treatment. Individuals infected with TB must maintain health protocols to prevent the spread of germs. The aim of this research is to explain the formation of a mathematical model, determine the model's equilibrium point and basic reproduction number (R_0) and determine local and global stability at the disease-free equilibrium point. This research uses several methods including the Next Generation Matrix method, linearization, the Routh-Hurwitz Criterion, and the Castillo-Chavez Theorem. Based on the model formed, a disease-free equilibrium point is obtained. The Basic Reproduction Number is determined using the Next Generation Matrix method, the Routh-Hurwitz Criterion is used to determine the eigenvalues that have a negative real part and based on the stability theorem results in an asymptotically stable equilibrium point with the condition $R_0 < 1$, and by using the Castillo-Chavez Theorem it is known to be asymptotically stable globally at the disease-free equilibrium point with the condition that $R_0 > 1$.

Keywords: *Asymptotically Stable, Equilibrium Point, Tuberculosis*

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah subhanahu wa ta'ala, Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat, rahmat, karunia, dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “MODEL MATEMATIKA PENULARAN TUBERKULOSIS DENGAN MEMPERHATIKAN EFEK PENGOBATAN”. Tidak lupa juga selawat serta salam selalu tercurahkan kepada junjungan besar Nabi Muhammad sallallahu alaihi wasallam beserta para keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Selain itu, proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, maupun bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Keluarga terutama orang tua, yaitu Bapak Idris dan Ibu Irma Febrihastuti, atas dukungan baik secara moral maupun materi yang membuat penulis terus belajar dan menyelesaikan skripsi dengan baik.
2. Bapak Dr. Abdul Gafur, M.Si, M.Sc, Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.
3. Bapak Pardi Affandi, S.Si., M.Sc. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, sekaligus dosen penasihat akademik penulis yang telah memberikan arahan, motivasi, dan bimbingannya selama perkuliahan.
4. Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. dan Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan, bimbingan, masukan, dan motivasi dalam proses penyusunan skripsi ini.

5. Bapak Drs. Faisal, M.Si. dan Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan, kritik, dan saran sehingga skripsi ini menjadi semakin baik.
6. Seluruh dosen pengajar/staf Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat atas ilmu, arahan, dan bantuannya baik selama masa perkuliahan maupun penyusunan skripsi ini.
7. Seluruh teman dan rekan mahasiswa Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, khususnya angkatan 2020, serta seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu atas bantuan, baik berupa motivasi, masukan, dan saran kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini.

Skripsi ini telah diupayakan agar tersaji dengan baik. Namun, karena keterbatasan kemampuan yang dimiliki oleh penulis, ada kemungkinan masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk dijadikan masukan demi kesempurnaan di masa mendatang. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak, khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, 12 Agustus 2024



Tiara Risma Agustina
NIM. 2011011320012

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S(t)$: Jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi pada saat t .
- $E(t)$: Jumlah individu terpapar tetapi belum dapat menularkan penyakit ke individu lainnya pada saat t .
- $I(t)$: Jumlah individu terinfeksi dan melakukan pengobatan di rumah pada saat t .
- $P(t)$: Jumlah individu terinfeksi dan melakukan pengobatan di rumah sakit pada saat t .
- $R(t)$: Jumlah individu sembuh
- $\frac{dS}{dt}$: Laju perubahan individu sehat yang rentan terinfeksi pada saat t .
- $\frac{dE}{dt}$: Laju perubahan individu terpapar tetapi belum dapat menularkan penyakit ke individu lainnya pada saat t .
- $\frac{dI}{dt}$: Laju perubahan individu yang terinfeksi tuberkulosis dan melakukan pengobatan di rumah pada saat t .
- $\frac{dP}{dt}$: Laju perubahan individu yang terinfeksi tuberkulosis dan melakukan pengobatan di rumah sakit pada saat t .
- $\frac{dR}{dt}$: Laju perubahan individu yang sembuh dari infeksi tuberkulosis pada saat t .
- δ : Laju kelahiran
- μ : Laju kematian alami
- β_1 : Laju penularan infeksi karena kontak dengan I .
- β_2 : Laju penularan infeksi karena kontak dengan P .
- θ : Laju perkembangan ke I dari individu terpapar yang terdeteksi TB.
- ϵ : Laju perkembangan ke P dari individu terpapar yang terdeteksi TB.
- ω_1 : Laju perpindahan dari I ke P .

- k_1 : Laju kesembuhan pada I .
 k_2 : Laju kesembuhan pada P .
 d_1 : Laju kematian akibat penyakit pada I .
 d_2 : Laju kematian akibat penyakit pada P .
WHO : *World Health Organization*

DAFTAR ISI

	Halaman
PERNYATAAN	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
PRAKATA	v
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	vii
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Tujuan Penelitian	3
1.3. Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.3 Model Epidemik SEIR.....	8
2.4 Titik Keseimbangan.....	9
2.5 Analisis Kestabilan	9
2.6 Proses Linearisasi	10
2.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	11
2.8 Bilangan Reproduksi Dasar	13
2.9 Kriteria Routh-Hurwitz.....	15
2.10 Teorema Castillo-Chavez.....	16
2.11 Penyakit Tuberkulosis.....	16
2.12 Metode Runge-Kutta Orde Empat	18
2.13 Analisis Sensitivitas	18
BAB III PROSEDUR PENELITIAN	20
3.1 Metode Penelitian	20
3.2 Prosedur Penelitian	20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	22
4.1 Pembentukan Model	22

4.2	Titik Keseimbangan Model Dinamika Penularan Tuberkulosis	27
4.3	Analisis Kestabilan di Titik K^0	36
4.4	Simulasi Numerik	45
4.5	Analisis Sensitivitas pada $\mathcal{R}_0 > 1$	60
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		67
5.1	Kesimpulan	67
5.2	Saran	68
DAFTAR PUSTAKA		70