



**SKRIPSI**

**MODEL PENYEBARAN PENYAKIT LUMPY SKIN DENGAN  
MEMPERTIMBANGKAN VAKSINASI**

**Untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana  
Strata-1 Matematika**

**Oleh:**

**AHMAD ARIFIN**

**NIM. 2111011110012**

**PROGRAM STUDI S1-MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
BANJARBARU**

**2024**

# HALAMAN PENGESAHAN

## SKRIPSI

### MODEL PENYEBARAN PENYAKIT LUMPY SKIN DENGAN MEMPERTIMBANGKAN VAKSINASI

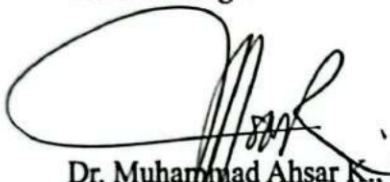
Oleh:

**Ahmad Arifin**

**NIM. 2111011110012**

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 31 Januari 2025.

#### Pembimbing I




Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc.  
NIP. 198202082005011003

Susunan Dosen Penguji:

**Dosen Penguji:**

1. Drs. Faisal, M.Si

2. Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. 

#### Pembimbing II



Yuni Yulida, S.Si., M.Sc.  
NIP. 198110102005012004

Banjarbaru, 31 Januari 2025

Program Studi Matematika FMIPA ULM

Ketua



  
Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si.  
NIP. 197911222008012013

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar sarjana di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 31 Januari 2025



Ahmad Arifin

NIM. 2111011110012

## ABSTRAK

**MODEL PENYEBARAN PEYAKIT LUMPY SKIN DENGAN MEMPERTIBANGKAN VAKSINASI** (Oleh: Ahmad Arifin; Pembimbing: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida, 2024; 101 halaman)

Penyakit *Lumpy Skin* (LSD) adalah penyakit kulit berbenjol-benjol yang menyerang hewan ternak sapi dan kerbau yang disebabkan oleh virus dalam genus *Capripoxvirus*, yang ditularkan melalui kontak langsung dengan ternak yang terinfeksi dan dapat juga melalui gigitan serangga vektor seperti lalat dan nyamuk. Penelitian ini membahas tentang model matematika penyakit *Lumpy Skin* (LSD) yang terbagi menjadi lima kompartemen, yaitu *Susceptible* ( $S$ ), *Vaccine* ( $V$ ), *Exposed* ( $E$ ), *Infected* ( $I$ ), *Recovered* ( $R$ ). Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan pembentukan model matematika SVEIR dalam penyebaran penyakit *Lumpy Skin* (LSD), menentukan titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan lokal dan global di titik kesetimbangan, menganalisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar, dan melakukan simulasi numerik. Penelitian ini menggunakan *Next Generation Matrix*, linearisasi, Kriteria Routh-Hurwitz, teorema Castillo-Chavez dan Runge Kutta orde Empat. Hasil penelitian ini adalah terbentuknya model SVEIR dalam penyebaran penyakit *Lumpy Skin* (LSD). Berdasarkan model yang terbentuk, diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik, serta bilangan reproduksi dasar. Hasil analisis kestabilan di titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik, stabil asimtotik lokal dengan syarat tertentu. Selanjutnya, hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter jumlah pertambahan banyak individu, laju vaksinasi, laju individu terpapar, laju infeksi penyakit dan laju kesembuhan pada penyakit *Lumpy Skin* (LSD) sangat sensitif terhadap perubahan nilai bilangan reproduksi dasar. Selain itu, simulasi numerik menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik.

**Kata kunci:** Model Matematika, Penyakit *Lumpy Skin* (LSD), Analisis Kestabilan dan Analisis Sensitivitas.

## ***ABSTRACT***

**MODEL OF LUMPY SKIN DISEASE SPREAD CONSIDERING VACCINATION** (By: Ahmad Arifin; Advisors: Muhammad Ahsar Karim, Yuni Yulida, 2024; 101 page)

Lumpy Skin Disease (LSD) is a skin disease characterized by nodules that affects cattle and buffalo, caused by a virus in the genus *Capripoxvirus*. It is transmitted through direct contact with infected livestock and can also be spread by insect vectors such as flies and mosquitoes. This research discusses the mathematical model of Lumpy Skin Disease (LSD) divided into five compartments, namely *Susceptible (S)*, *Vaccine (V)*, *Exposed (E)*, *Infected (I)*, *Recovered (R)*. The objective of this research is to explain the formation of the SVEIR mathematical model in the spread of Lumpy Skin Disease (LSD), determine the equilibrium points and basic reproduction number, analyze the local and global stability at the equilibrium points, analyze the sensitivity of the basic reproduction number, and conduct numerical simulations. This research uses Next Generation Matrix, linearization, the Routh-Hurwitz Criterion, the Castillo-Chavez theorem, and the Fourth Order Runge-Kutta method. The result of this research is the formation of the SVEIR model in the spread of Lumpy Skin disease. (LSD). Based on the formed model, the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point, as well as the basic reproduction number, were obtained. The stability analysis results at the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point show local asymptotic stability under certain conditions. Furthermore, the results of the sensitivity analysis show that the parameters of the number of individuals added, the vaccination rate, the rate of exposed individuals, the disease infection rate, and the recovery rate in Lumpy Skin Disease (LSD) are very sensitive to changes in the basic reproduction number. Additionally, numerical simulations show that the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point are asymptotically stable.

**Keywords:** Mathematical Model, Lumpy Skin Disease (LSD), Stability Analysis, and Sensitivity Analysis.

## PRAKATA

Alhamdulillah rabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala rahmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi yang berjudul "MODEL PENYEBARAN PENYAKIT LUMPY SKIN DENGAN MEMPERTIMBANGKAN VAKSINASI". Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, serta pengikut beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, kerjasama maupun bimbingan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Abdul Gafur, M.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru,
2. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru,
3. Ibu Thresye, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik atas arahan, bimbingan, dan motivasi selama masa perkuliahan,
4. Bapak Dr. Muhammad Ahsar K., S.Si., M.Sc., dan Ibu Yuni Yulida, S.Si., M.Si. selaku pembimbing tugas akhir yang telah bersedia memberikan bantuan, nasihat, dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini,
5. Bapak Drs. Faisal, M.Si dan Bapak Saman Abdurrahman, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini,

6. Dosen-dosen pengajar dan Staf administrasi Program Studi Matematika yang telah memberikan bantuan, bimbingan, motivasi, dan ilmu yang sangat bermanfaat selama masa perkuliahan,
7. Seluruh keluarga terutama orang tua, teman, serta seluruh pihak yang telah memberikan bantuan, baik berupa motivasi, masukan, saran, maupun nasihat kepada penulis selama pelaksanaan penelitian hingga penyusunan skripsi ini terselesaikan.

Penulis menyadari dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, dan masih banyak kekurangan baik dalam penulisan maupun dalam pembahasan materi. Penulis mengharapkan kritik dan saran untuk dijadikan masukan demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kalimat, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak dan khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat Banjarbaru.

Banjarbaru, Januari 2025

Ahmad Arifin

NIM. 2111011110012

## DAFTAR ISI

|  |             |
|--|-------------|
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....                      | <b>ii</b>   |
| <b>PERNYATAAN</b> .....                              | <b>iii</b>  |
| <b>ABSTRAK</b> .....                                 | <b>iv</b>   |
| <b>ABSTRACT</b> .....                                | <b>v</b>    |
| <b>PRAKATA</b> .....                                 | <b>vi</b>   |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....                              | <b>viii</b> |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....                           | <b>x</b>    |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....                            | <b>xi</b>   |
| <b>ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN</b> .....              | <b>xii</b>  |
| <b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....                       | <b>1</b>    |
| 1.1    Latar Belakang .....                          | 1           |
| 1.2    Tujuan Penelitian.....                        | 3           |
| 1.3    Sistematika Penulisan.....                    | 3           |
| <b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....                 | <b>5</b>    |
| 2.1    Persamaan Diferensial.....                    | 5           |
| 2.2    Sistem Persamaan Diferensial.....             | 6           |
| 2.2.1    Sistem Persamaan Diferensial Linear .....   | 6           |
| 2.2.2    Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear..... | 7           |
| 2.3    Titik Keseimbangan .....                      | 8           |
| 2.4    Analisis Kestabilan.....                      | 8           |
| 2.4.1    Linearisasi .....                           | 8           |
| 2.4.2    Determinan Matriks .....                    | 10          |
| 2.4.3    Invers Matriks .....                        | 11          |
| 2.4.4    Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....           | 12          |
| 2.4.5    Bilangan Reproduksi Dasar.....              | 14          |
| 2.4.6    Next Generation Matrix .....                | 14          |
| 2.4.7    Kriteria Routh-Hurwitz .....                | 16          |
| 2.4.8    Teorema Castillo-Chavez .....               | 17          |
| 2.5    Analisis Sensitivitas .....                   | 18          |
| 2.6    Runge-Kutta Orde Empat.....                   | 18          |
| 2.7    Model Epidemik SEIR .....                     | 19          |
| 2.8    Penyakit <i>Lumpy Skin</i> (LSD).....         | 20          |

|  |            |
|--|------------|
| <b>BAB III PROSEDUR PENELITIAN</b> .....   | <b>23</b>  |
| <b>BAB VI HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....   | <b>25</b>  |
| 4.1 Pembentukan Model Matematika Penyakit Lumpy Skin (LSD) .....                                       | 25         |
| 4.2 Titik Keseimbangan Penyakit <i>Lumpy Skin</i> (LSD) .....  | 30         |
| 4.2.1 Titik Keseimbangan Bebas Penyakit ( $\Gamma_0$ ) .....   | 30         |
| 4.2.2 Titik Keseimbangan Endemik ( $\Gamma^*$ ) .....  | 32         |
| 4.3 Bilangan Reproduksi $\mathcal{R}_0$ .....  | 35         |
| 4.4 Analisis Kestabilan Lokal .....  | 40         |
| 4.4.1 Kestabilan lokal di titik keseimbangan bebas penyakit ( $\Gamma_0$ ) .....                       | 41         |
| 4.4.2 Kestabilan lokal di titik keseimbangan Endemik ( $\Gamma^*$ ).....                               | 46         |
| 4.5 Analisis Kestabilan Global.....  | 52         |
| 4.6 Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar ( $\mathcal{R}_0$ ) .....                     | 55         |
| 4.7 Simulasi Numerik Model Matematika SVEIR dalam Penyebaran<br>Penyakit <i>Lumpy Skin</i> (LSD) ..... | 69         |
| 4.7.1 Simulasi Numerik di Titik Keseimbangan Bebas Penyakit .....                                      | 69         |
| 4.7.2 Simulasi Numerik di Titik Keseimbangan Endemik .....   | 80         |
| 4.7.3 Simulasi Pengaruh Variasi Paramater Laju Penularan Penyakit dan<br>Laju Vaksinasi.....           | 91         |
| <b>BAB V PENUTUP</b> .....   | <b>97</b>  |
| 5.1 Kesimpulan .....   | 97         |
| 5.2 Saran.....   | 99         |
| <b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....  | <b>100</b> |

## DAFTAR GAMBAR

|                     |   |    |
|---------------------|---|----|
| <b>Gambar 2. 1</b>  | Diagram alur model SEIR .....                                     | 20 |
| <b>Gambar 4. 1</b>  | Parameter-parameter dari model penyakit LSD .....                 | 26 |
| <b>Gambar 4. 2</b>  | Variasi nilai $\lambda$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....  | 64 |
| <b>Gambar 4. 3</b>  | Variasi nilai $\beta_1$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....  | 65 |
| <b>Gambar 4. 4</b>  | Variasi nilai $\beta_2$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....  | 65 |
| <b>Gambar 4. 5</b>  | Variasi nilai $\beta_3$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....  | 66 |
| <b>Gambar 4. 6</b>  | Variasi nilai $\alpha_1$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ ..... | 66 |
| <b>Gambar 4. 7</b>  | Variasi nilai $\alpha_2$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ ..... | 67 |
| <b>Gambar 4. 8</b>  | Variasi nilai $\alpha_3$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ ..... | 67 |
| <b>Gambar 4. 9</b>  | Variasi nilai $\delta$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....   | 68 |
| <b>Gambar 4. 10</b> | Variasi nilai $\mu$ terhadap perubahan $\mathcal{R}_0$ .....      | 68 |
| <b>Gambar 4. 11</b> | Simulasi numerik kesetimbangan bebas penyakit $\Gamma_0$ .....    | 79 |
| <b>Gambar 4. 12</b> | Simulasi numerik kesetimbangan Endemik $\Gamma^*$ .....           | 90 |
| <b>Gambar 4. 13</b> | Pengaruh Variasi Parameter Laju Penularan Penyakit .....          | 93 |
| <b>Gambar 4. 14</b> | Pengaruh Variasi Parameter Laju Vaksinasi .....                   | 95 |

## DAFTAR TABEL

|   |    |
|---|----|
| <b>Tabel 4. 1</b> Rumus indeks sensitivitas pada setiap parameter .....                                     | 62 |
| <b>Tabel 4. 2</b> Nilai parameter untuk titik kesetimbangan bebas penyakit ( $\Gamma_0$ ).....              | 63 |
| <b>Tabel 4. 3</b> Nilai indeks sensitivitas parameter terhadap $\mathcal{R}_0$ .....                        | 63 |
| <b>Tabel 4. 4</b> Solusi numerik Persamaan (4.50) di titik kesetimbangan bebas penyakit ( $\Gamma_0$ )..... | 77 |
| <b>Tabel 4. 5</b> Nilai parameter untuk titik kesetimbangan endemik ( $\Gamma^*$ ) .....                    | 80 |
| <b>Tabel 4. 6</b> Solusi numerik pada Persamaan (4.51) di titik kesetimbangan endemik ( $\Gamma^*$ ) .....  | 89 |
| <b>Tabel 4. 7</b> Variasi nilai parameter laju penularan penyakit ( $\beta_1$ ) .....                       | 91 |
| <b>Tabel 4. 8</b> Variasi nilai parameter laju vaksinasit ( $\alpha_1$ ) .....                              | 94 |

## ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

- $S(t)$  : Jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $V(t)$  : Jumlah individu yang divaksin pada waktu  $t$
- $E(t)$  : Jumlah individu yang terpapar penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $I(t)$  : Jumlah individu yang terinfeksi penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $R(t)$  : Jumlah individu yang sembuh dari penyakit *Lumpy Skin* (LSD)
- $\frac{dS(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu sehat yang rentan terinfeksi penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $\frac{dV(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang divaksin pada waktu  $t$
- $\frac{dE(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang terpapar penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $\frac{dI(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang terinfeksi penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $\frac{dR(t)}{dt}$  : Perubahan jumlah individu yang sembuh dari penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada waktu  $t$
- $\Lambda$  : Banyak kelahiran
- $\beta_1$  : Laju penularan penyakit *Lumpy Skin* (LSD) dari  $S$  ke  $E$
- $\beta_2$  : Laju aktivasi penyakit *Lumpy Skin* (LSD) dari  $E$  ke  $I$
- $\beta_3$  : Laju kesembuhan individu dari  $I$  ke  $R$
- $\alpha_1$  : Laju vaksinasi dari  $S$  ke  $V$
- $\alpha_2$  : Laju individu yang telah divaksin terpapar penyakit *Lumpy Skin* (LSD)
- $\alpha_3$  : Laju individu yang divaksin kebal terhadap penyakit *Lumpy Skin* (LSD)
- $\delta$  : Laju kematian akibat penyakit *Lumpy Skin* (LSD) pada  $I$

|                 |   |
|-----------------|---|
| $\mu$           | : Laju kematian alami pada setiap kompartemen SVEIR         |
| $\Gamma_0$      | : Titik kesetimbangan bebas penyakit                        |
| $\Gamma^*$      | : Titik kesetimbangan endemik                               |
| $\mathcal{R}_0$ | : Bilangan Reproduksi Dasar                                 |
| $J$             | : Matriks Jacobian  |
| $G$             | : Matriks <i>Next Generation</i>                            |
| $\lambda$       | : Nilai eigen   |
| SIR             | : <i>Susceptible, Infected, Recovered</i>                   |
| SEIR            | : <i>Susceptible, Exposed, Infected, Recovered</i>          |
| SVEIR           | : <i>Susceptible, Vaccine, Exposed, Infected, Recovered</i> |
| LSD             | : <i>Lumpy Skin Disease</i>                                 |