



MODEL KOMENSALISME DENGAN PEMANENAN

SKRIPSI

**untuk memenuhi persyaratan
dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika**

Oleh

SRI NUR AFNI

NIM 2211011220009

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT

BANJARBARU

2026

LEMBAR PENGESAHAN

SKRIPSI

Model Komensalisme dengan Pemanenan

Oleh:
Sri Nur Afni
2211011220009

telah dipertahankan di depan Dosen Penguji pada tanggal 20 Agustus 2026
Susunan Dosen Penguji:

Pembimbing I



Drs. Faizal, M.Si.
NIP 196309021992031001

Dosen Penguji:

1. Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. ()
2. Dr. Moch. Idris, S.Si., M.Sc. ()

Pembimbing II



Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc.
NIP 198202082005011003

Banjarbaru, 20 Agustus 2026
Jurusan Matematika FMIPA ULM
Ketua,



Dr. Na'imah Hijriati, S.Si, M.Si.
NIP 197911222008012013

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebut dalam Daftar Pustaka.

Banjarbaru, 28 Agustus 2026

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Afni' with a stylized flourish at the end.

Sri Nur Afni
NIM. 2211011220009

ABSTRAK

MODEL KOMENSALISME DENGAN PEMANENAN (Oleh : Sri Nur Afni;
Pembimbing : Drs. Faisal, M.Si. dan Dr. Muhamad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc; 2026;
71 Halaman)

Komensalisme menggambarkan interaksi antarspesies ketika salah satu organisme memperoleh keuntungan, sedangkan organisme lainnya tidak memperoleh keuntungan maupun mengalami kerugian. Dalam kondisi tertentu, populasi komensal dapat mengalami penurunan akibat aktivitas pemanenan sehingga diperlukan model matematika untuk menggambarkan perubahan kedua populasi dari waktu ke waktu. Penelitian ini membahas model komensalisme dengan pemanenan berdasarkan kestabilan lokal, simulasi numerik, dan sensitivitas parameter. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model matematika komensalisme dengan pemanenan yang diperoleh berupa sistem persamaan diferensial nonlinear yang menggambarkan pertumbuhan logistik dua populasi dengan pemanenan pada spesies komensal. Berdasarkan analisis titik ekuilibrium, diperoleh empat titik ekuilibrium pada model tersebut. Hasil analisis kestabilan lokal dan simulasi numerik menunjukkan bahwa dua titik ekuilibrium tidak stabil, sedangkan dua titik ekuilibrium lainnya stabil asimtotik pada kondisi parameter tertentu. Hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter kapasitas dukung populasi komensal memberikan pengaruh positif terbesar terhadap populasi komensal pada titik ekuilibrium, sedangkan parameter laju pemanenan memberikan pengaruh negatif terhadap populasi komensal.

Kata kunci : Model Matematika, Komensalisme, Analisis Kualitatif.

ABSTRAK

COMMENSALISM MODEL WITH HARVESTING(By: Sri Nur Afni; supervisor: Drs. Faisal, M.Si. and Dr. Muhamad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc; 2026; 71 pages)

Commensalism describes an interspecific interaction in which one organism benefits, while the other neither gains nor suffers any disadvantage. Under certain conditions, the commensal population may decline due to harvesting activities; therefore, a mathematical model is required to describe changes in both populations over time. This study discusses a commensalism model with harvesting based on local stability, numerical simulations, and parameter sensitivity. The results show that the mathematical model obtained is a system of nonlinear differential equations describing the logistic growth of two populations with harvesting applied to the commensal species. The equilibrium analysis yields four equilibrium points. The local stability analysis and numerical simulations show that two equilibrium points are unstable, while the other two are asymptotically stable under certain parameter conditions. The sensitivity analysis indicates that the carrying capacity parameter of the commensal population has the greatest positive effect on the commensal population at equilibrium, whereas the harvesting rate parameter has a negative effect on the commensal population.

Keywords: *Mathematical Model, Commensalism, Qualitative Analysis.*

PRAKATA

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan segala rahmat, hidayah, inayah, taufik, dan karunia-Nya, sehingga penulis bisa menulis skripsi yang berjudul **“MODEL KOMENSALISME DENGAN PEMANENAN”**. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Besar Muhammad SAW, beserta keluarga, sahabat, dan pengikut Beliau hingga akhir zaman. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan program sarjana Strata-1 Matematika di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat. Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan begitu banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua tercinta yang senantiasa menjadi pilar kekuatan terbesar bagi penulis. Terima kasih yang tak terhingga atas setiap tetesan keringat, limpahan kasih sayang yang tulus, doa tiada henti di sepertiga malam, motivasi, serta pengorbanan luar biasa yang membuat penulis kuat melangkah sejauh ini.
2. Bapak Prof. Ir. Sunardi, S.Si., M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, atas fasilitas akademik yang mendukung kelancaran studi penulis.
3. Ibu Dr. Na'imah Hijriati, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat, atas arahan dan kepemimpinannya di lingkungan jurusan.
4. Bapak Drs. Faisal, M.Si. dan Bapak Dr. Muhammad Ahsar Karim, S.Si., M.Sc. selaku tim dosen pembimbing yang telah meluangkan banyak waktu, pikiran, serta tenaga untuk membimbing, memberikan arahan, saran, serta motivasi mendalam dalam menyempurnakan struktur penulisan skripsi ini.
5. Ibu Dr. Yuni Yulida, S.Si., M.Sc. dan Bapak Dr. Moch. Idris, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan berharga, kritik yang membangun, serta saran evaluatif demi perbaikan kualitas skripsi ini

6. Seluruh dosen dan staf administrasi Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat yang telah membagikan ilmu yang sangat bermanfaat serta membantu berbagai urusan administratif selama penulis kuliah.
7. Teman-teman seperjuangan, sahabat terdekat yang tidak bisa di sebutkan satu per satu yang selalu mewarnai hari-hari penulis dengan keceriaan, memberikan energi positif, serta bersedia saling membantu dan berjuang bersama sejak awal perkuliahan hingga selesainya skripsi ini.
8. Orang-orang baik yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah membantu, memberikan doa, serta memberikan semangat luar biasa selama penyelesaian skripsi ini.

Penulis telah berupaya seoptimal mungkin untuk menyajikan hasil penelitian ini dengan sistematis dan rapi. Kendati demikian, penulis sangat terbuka terhadap masukan berupa kritik dan saran yang konstruktif demi penyempurnaan karya tulis ilmiah ini di masa mendatang. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberikan kontribusi keilmuan serta manfaat yang luas bagi pembaca, khususnya bagi perkembangan ilmu pengetahuan di lingkungan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lambung Mangkurat.

Banjarbaru, 28 Agustus 2026



Sri Nur Afni

NIM.2211011220009

ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

$x(t)$	:	Populasi komensal atau populasi spesies yang diuntungkan
$y(t)$	:	Populasi inang atau populasi spesies yang tidak terpengaruh
$\frac{dx}{dt}$	:	Perubahan jumlah populasi komensal terhadap waktu
$\frac{dy}{dt}$	:	Perubahan jumlah populasi inang terhadap waktu
r_1	:	Laju pertumbuhan intrinsik populasi komensal
r_2	:	Laju pertumbuhan intrinsik populasi inang
K_1	:	<i>Carrying capacity</i> populasi komensal
K_2	:	<i>Carrying capacity</i> populasi inang
α	:	Laju interaksi antara populasi komensal dan populasi inang
E	:	Upaya pemanenan
q	:	Koefisien pemanenan
m_1	:	Koefisien yang mendukung upaya pemanenan (<i>Michaelis-Menten</i>)
m_2	:	Koefisien yang mendukung populasi komensal (<i>Michaelis-Menten</i>)
E_1	:	Titik ekuilibrium tanpa adanya populasi komensal dan populasi inang
E_2	:	Titik ekuilibrium tanpa adanya populasi inang
E_3	:	Titik ekuilibrium tanpa adanya populasi komensal
E_4	:	Titik ekuilibrium dengan adanya populasi komensal dan populasi inang
J	:	Matriks Jacobian
λ	:	Nilai eigen dari persamaan karakteristik

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN.....	iii
ABSTRAK	iv
<i>ABSTRAK</i>.....	v
PRAKATA.....	vi
ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN.....	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Diferensial.....	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	6
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear	7
2.3 Model Pertumbuhan Logistik.....	8
2.4 Fungsi Respon Holling.....	8
2.4.1 Fungsi Respon Holling Tipe I	9
2.4.2 Fungsi Respon Holling Tipe II.....	9
2.4.3 Fungsi Respon Holling Tipe III	10
2.5 Lotka-Volterra.....	11
2.6 Titik Ekuilibrium.....	12
2.7 Analisis Kestabilan	12
2.7.1 Proses Linearisasi.....	12
2.7.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	13

2.8	Potret Fase.....	14
2.9	Tabel Kestabilan.....	15
2.10	Analisis Sensitivitas.....	16
2.11	Metode Runge-Kutta Orde Empat.....	17
2.12	Komensalisme	18
BAB III METODOLOGI PENELITIAN		20
3.1	Metode Penelitian	20
3.2	Prosedur Penelitian	20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		22
4.1	Pembentukan Model Komensalisme	22
4.2	Titik Ekuilibrium pada model komensalisme dengan pemanenan	24
4.3	Analisis Kestabilan lokal pada komensalisme dengan pemanenan.....	28
4.4	Simulasi Numerik Model Komensalisme dengan pemanenan	35
4.5	Analisis Sensitivitas pada Model Komensalisme dengan Pemanenan ..	53
BAB V PENUTUP.....		68
5.1	Kesimpulan	68
5.2	Saran	69
DAFTAR PUSTAKA.....		70

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Tabel Kestabilan	15
Tabel 4.1 Nilai Parameter	35
Tabel 4.2 Solusi numerik Persamaan (4.23) di titik $E_1(0,0)$	39
Tabel 4.3 Hasil perhitungan E_2 pada iterasi pertama	42
Tabel 4.4 Solusi numerik Persamaan (4.23) di titik $E_2(x_1,0)$	42
Tabel 4.5 Nilai Parameter yang digunakan simulasi E_3	44
Tabel 4.6 Hasil perhitungan E_3 pada iterasi pertama	46
Tabel 4.7 Solusi numerik Persamaan (4.24) di titik $E_3(0, K_2)$	46
Tabel 4.8 Hasil perhitungan E_4 pada iterasi pertama	50
Tabel 4.9 Solusi numerik Persamaan (4.23) di titik $E_4(x_1^*, K_2)$	50
Tabel 4.10 Rumus dan nilai indeks sensitivitas	62

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Potret Fase sistem saddle	15
Gambar 4.1 Simulasi di sekitar titik $E_1(0,0)$	40
Gambar 4.2 Potret Fase di titik $E_1(0,0)$	40
Gambar 4.3 Simulasi di sekitar titik $E_2(x_1, 0)$	43
Gambar 4.4 Potret Fase di titik $E_2(x_1, 0)$	43
Gambar 4. 5 Simulasi di sekitar titik $E_3(0, K_2)$	47
Gambar 4. 6 Potret Fase di titik $E_3(0, K_2)$	48
Gambar 4.7 Simulasi di sekitar titik $E_4(x_1^*, K_2)$	51
Gambar 4.8 Potret Fase di titik $E_4(x_1^*, K_2)$	52
Gambar 4. 9 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai r_1	63
Gambar 4.10 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai K_1	64
Gambar 4.11 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai α	64
Gambar 4.12 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai q	65
Gambar 4.13 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai E	65
Gambar 4.14 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai m_1	66
Gambar 4.15 Perubahan nilai x_1^* terhadap variasi nilai m_2	66